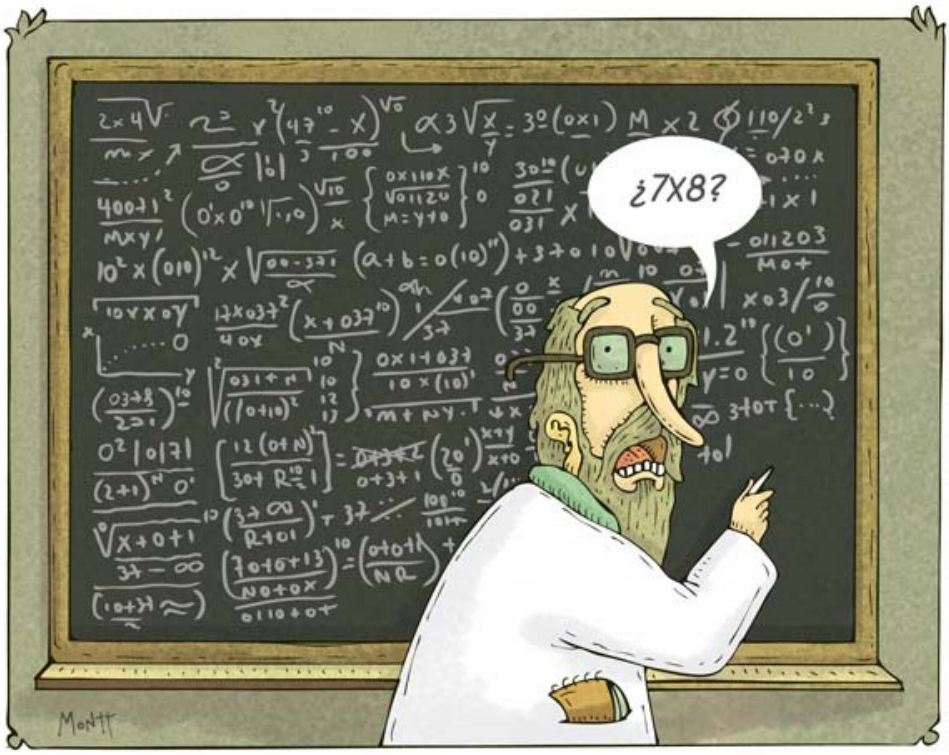


matemáticas 2ESO

tema 2

NÚMEROS RACIONALES

Números racionales

*El **conjunto de los números racionales** es el formado por todos aquellos números que se pueden escribir como **fracciones**, es decir como cociente de números enteros con denominador no nulo.*

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

$\frac{a}{b}$ | ***b* denominador:** indica en cuántas partes iguales dividimos la unidad.
***a* numerador:** indica cuántas de esas partes tomamos.

Qué tipo de números son racionales

Los números naturales, los números enteros y algunos números decimales:

Los números decimales exactos (tienen una cantidad finita de cifras decimales)

Los números decimales periódicos (tienen una cantidad infinita de cifras decimales porque una cifra, o un grupo de ellas se repite indefinidamente)

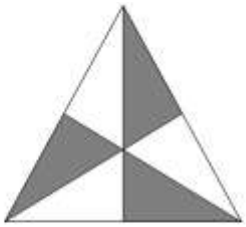
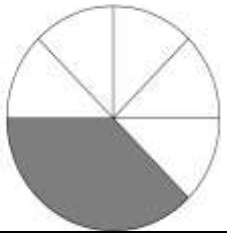
1. Los siguientes números racionales están expresados en forma de fracción. Escríbelos en forma decimal. Señala además qué tipo de número racional obtienes en cada caso.

$\frac{12}{3} =$	$\frac{50}{6} =$	$\frac{3}{4} =$	$-\frac{2}{5} =$

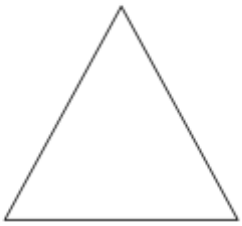
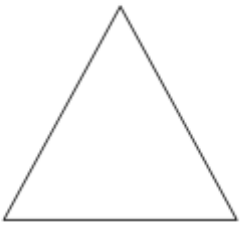
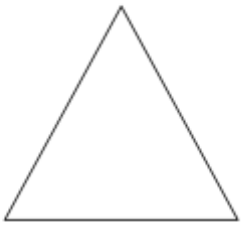
2. Calcula la fracción del número.

$\frac{2}{3}$ de $192 =$	$\frac{4}{7}$ de $794 =$
$\frac{3}{4}$ de $65 =$	$\frac{4}{5}$ de $1327 =$

3. ¿Qué fracción representa la zona sombreada en cada figura?

		
Para ver esta película, debe disponer de QuickTime ™ y de un descompresor .	Para ver esta película, debe disponer de QuickTime ™ y de un descompresor .	Para ver esta película, debe disponer de QuickTime ™ y de un descompresor .

4. Colorea la fracción en cada caso.

		
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
Para ver esta película, debe disponer de QuickTime ™ y de un descompresor .	Para ver esta película, debe disponer de QuickTime ™ y de un descompresor .	Para ver esta película, debe disponer de QuickTime ™ y de un descompresor .
$\frac{4}{6}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{8}$

Sistema de numeración decimal

*En nuestro sistema de numeración, llamado indo-arábigo, la posición de cada cifra al escribir un número es muy importante. El **valor de cada** cifra depende de su **posición** dentro del conjunto de cifras que representan el número.*

$$1234{,}56789 = 1\cdot 1000 + 2\cdot 100 + 3\cdot 10 + 4\cdot 1 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100} + \frac{7}{1000} + \frac{8}{10000} + \frac{9}{100000}$$

1 unidad de millar, 2 centenas, 3 decenas, 4 unidades, 5 décimas, 6 centésimas, 7 milésimas, 8 diezmilésimas, 9 cienmilésimas.

Prefijos para número grandes y pequeños

números grandes

número	prefijo	símbolo		descripción
1.000.000.000.000	tera	T	10^{12}	billón
1.000.000.000	giga	G	10^{9}	mil millones (millardo)
1.000.000	mega	M	10^{6}	millón
1.000	kilo	k	10^{3}	mil
100	hecto	h	10^{2}	cien
10	deca	da	10^{1}	diez

números pequeños

número	prefijo	símbolo		descripción
0,1	deci	d	10^{-1}	décima
0,01	centi	c	10^{-2}	centésima
0,001	mili	m	10^{-3}	milésima
0,000 001	micro	u	10^{-6}	millonésima
0,000 000 001	nano	n	10^{-9}	mil millonésima
0,000 000 000 001	pico	p	10^{-12}	billonésima

5. Escribe con cifras.

Treinta y siete milésimas	*Nueve unidades cuatro décimas*	*Cuatrocientas unidades trescientas milésimas*	*Dos decenas, 7 unidades y 6 centésimas*

6. Escribe, en cada caso, la equivalencia.

34 centésimas	**9 unidades**	**139 milésimas**	**17 decenas**
milésimas	centésimas	unidades	unidades
unidades	decenas	décimas	centenas

7. Escribe cómo se leen estos números.

a. 1,033	**b.** 0,09	**c.** 21,0021
d. 5,439	**e.** 17,9	**f.** 0,88

8. Expresa en unidades el número formado por:

a. 30 décimas y 95 centésimas	**b.** 4 unidades y 287 milésimas	**c.** 2 decenas y 4 décimas	**d.** 19 unidades y 23 décimas
e. 53 décimas y 139 milésimas	**f.** 41 décimas y 113 centésimas	**g.** 8 centenas, 32 decenas y 13 unidades	**h.** 7 centenas, 4 decenas y 15 décimas
i. 12 unidades, 11 décimas y 1200 centésimas	**j.** 42 centésimas y 37 milésimas	**k.** 9 unidades, 14 décimas y 15 centésimas	**l.** 2 decanas, 11 unidades y 713 centésimas

9. Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu respuesta.

a. *Todos los números decimales se pueden escribir en forma de fracción*	***b.*** *Existen números enteros que no son racionales*	***c.*** *Los números racionales tienen infinitas cifras decimales*	***d.*** *Cualquier número decimal es racional*
e. *Existen números decimales que no se pueden escribir en forma de fracción*	***f.*** *Existen números naturales que no son racionales*	***g.*** *Los números racionales tienen finitas cifras decimales*	***h.*** *Cualquier número entero es un número natural*

Números decimales: orden en los números decimales

Para ordenar dos números decimales hay que observarlos de izquierda a derecha, buscado la primera cifra que tengan diferente. Será menor el que tenga menor la primera cifra diferente.

10. Ordena de menor a mayor.

8,5 8,67 8,07 8,45	1,4 1,390 1,3999 1,399 1,41
2,34 2,3 2,37 8,309	5,17 5,2 −5,453 −5,1 −5,34

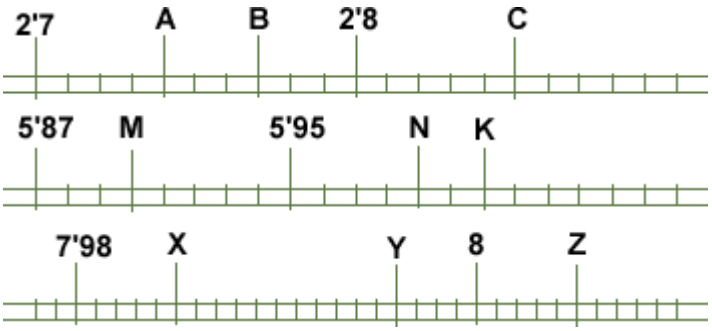
11. Completa con el signo que corresponda:

3,2 ____ 3,08 | 0,086 ____ 0,087 | 1,82 ____ 1,345 | −10,02 ____ −10,1 | −1,6 ____ −1,12

12. Intercala tres decimales, uno exacto, otro periódico puro y otro periódico mixto, entre los de cada pareja

a. 3,3 y 3,7	**b. 7,01 y 7,02**	**c. 4,01 y 4,02**
d. 1,59 y 1,6	**e. 2 y 2,1**	**f. 2,2 y 2,3**
g. 8 y 8,1	**h. 6,354 y 6,355**	**i. 5,1 y 5,101**

13. Escribe el número asociado a cada letra



A =	B =	C =
M =	N =	D =
X =	Y =	Z =

14. Expresa estas fracciones como número decimal:

$\frac{39}{100} =$	$\frac{3}{6} =$	$\frac{77}{10} =$

15. Expresa estas fracciones como número decimal:

$\frac{9}{12} =$	$\frac{17}{3} =$	$\frac{13}{7} =$

16. Calcula el valor desconocido:

$\frac{x}{10} = 39'1$	$\frac{y}{100} = 15'61$	$\frac{z}{1000} = 0'023$

17. Calcula el valor desconocido:

$\frac{139}{a} = 13,9$	$\frac{5}{b} = 0,005$	$\frac{71}{c} = 0,71$

Números racionales: de los decimales a las fracciones

Todo número racional puede escribirse en forma de fracción. También pueden usarse los números decimales para representar números racionales. Para encontrar la expresión decimal de un fracción solo hay que hacer la división.
Pero, ¿qué pasa si se tiene el número racional expresado en forma decimal y queremos expresarlo en forma de fracción?. Mira estos ejemplos. En ellos se muestra cómo proceder.

enteros	$3=\frac{3}{1},\quad -7=\frac{-7}{1},\quad 0=\frac{0}{1}$
decimales exactos	$4'7=\frac{47}{10},\quad 1'42=\frac{142}{100}=\frac{71}{50},\quad -0'245=\frac{-245}{1000}=-\frac{49}{200}$

decimales periódicos

$7,\overset{\bullet}{2}3$

Sea $N=7,\overset{\bullet}{2}3=7,232323...$ *entonces* $100N=723,232323...$

$100N-N=716\Rightarrow 99N=716\Rightarrow N=\frac{716}{99}$

$0,21\overset{)}{4}$

Sea $N=0,21\overset{)}{4}=0,214444...$ *entonces*

$$\left.\begin{array}{l}100N=21,4444...\\1000N=214,4444....\end{array}\right\}\Rightarrow 1000N-100N=193\Rightarrow 900N=193\Rightarrow N=\frac{193}{900}$$

18. Calcula la fracción que representa cada uno de estos números racionales.

a. 3,12	**b.** 0,532	**c.** $70,\overset{)}{9}$	**d.** 0,0054	**e.** $2,\overset{)}{3}$	**f.** $4,\overset{\bullet}{6}\overset{\bullet}{2}$
g. $0,\overset{o}{9}63$	**h.** $5,\overset{o}{1}234$	**i.** $23,8\overset{)}{5}$	**j.** $9,43\overset{)}{2}$	**k.** $19,2\overset{\bullet}{5}8$	**l.** $-8,87\overset{\bullet}{2}3$

19. Escribe el número racional 6,8 como la suma de dos decimales periódicos.

20. ¿Cuál es la 26º cifra decimal del número $\frac{128}{9999}$? Debes justificar tu respuesta.

21. Escribe los siguientes números racionales como fracciones.

a. 3,75	**b.** $1,\overset{)}{9}$	**c.** $3,\overset{\bullet}{7}5$	**d.** $3,\overset{)}{9}$

22. Escribe los siguientes números racionales como fracciones y haz las operaciones. Escribe el resultado final como fracción irreducible.

a. $1,\overset{)}{3}+3,4$

b. $1,25\cdot 2,\overset{)}{5}$

23. Adriana pagó $3€$ por $1,7kg$ de manzanas. ¿Cuánto cuesta un kilo de manzanas?

24. Pablo compró $200g$ de jamón por $1,70€$. La semana pasada, cuando su hermano Hugo fue a la tienda, el kilo de ese mismo jamón valía $8,35€$. ¿Ha subido el precio esta semana?

Aproximaciones y errores

Al manejar números racionales, a veces nos encontramos con números con muchas, incluso infinitas, cifras decimales. Por esto se hace necesario usar aproximaciones.

*Una **aproximación** de un número racional es otro número racional, que está cerca de él y que tiene "pocas" cifras significativas, generalmente entre 1 y 3.*

*A la hora de hacer una aproximación se debe tener en cuenta el **orden de la aproximación**. Al aproximar un número, mantenemos unas cuantas cifras (las significativas) y sustituimos el resto por ceros. El orden de aproximación nos dice cuál es la última cifra significativa que mantenemos y desde dónde empezamos a sustituir por ceros.*

*Para medir lo buena o mala que es una aproximación de un número racional existen dos herramientas: el **error absoluto** y el **error relativo**.*

*La distancia, es decir, lo que separa al valor real del valor aproximado es lo que se conoce como **error absoluto** de la aproximación. El valor aproximado puede ser mayor (**aproximación por exceso**) o menor (**aproximación por defecto**) que el valor real, pero el error es siempre positivo.*

> ***error absoluto:** es el valor absoluto de la diferencia entre el valor real y el valor aproximado.*

*Si lo que se quiere es medir el error cometido en términos de porcentajes, hay que utilizar el **error relativo**. Este error compara el error absoluto con el número que queremos aproximar.*

> ***error relativo:** es el cociente entre el error absoluto y el valor real.*

*En la mayoría de las ocasiones es imposible determinar el valor exacto del número que se pretende aproximar. En consecuencia es imposible calcular los valores exactos de los errores. Por tanto suelen usarse las **cotas del error**, valores que es seguro que el error no supera.*
*El **error absoluto siempre es menor que el orden de aproximación**. Es decir, que si aproximamos un número a las décimas, el error absoluto es menor que una décima, o si lo aproximamos a las centésimas, el error absoluto es menor que una centésima.*

Procedimientos de aproximación

***TRUNCAMIENTO**. Se sustituyen por ceros las cifras de orden menor al orden de aproximación.*

***REDONDEO**. Se procede como en el truncamiento si la primera cifra a sustituir por 0 es menor que 5. Si la primera cifra a sustituir por 0 es mayor o igual que 5, entonces añadimos una unidad a la cifra correspondiente al orden de aproximación.*

Los truncamientos son siempre aproximaciones por defecto. Al redondear elegimos entre la mejor opción (la que menos error absoluto comete) entre las aproximaciones por defecto y exceso al orden indicado.

25. Efectúa las aproximaciones indicadas por truncamiento y redondeo. Calcula el error cometido en cada caso.

número	174128	$15,417$	$\frac{5}{6}$	$0,25\overline{)}$
orden de aproximación	decenas	décimas	centésimas	diezmilésimas
truncamiento				
redondeo				
error absoluto del truncamiento				
error relativo del truncamiento				

26. Efectúa las aproximaciones indicadas por truncamiento y redondeo. Calcula el error cometido en cada caso.

número	$12\,435\,984$	$1,\overset{\bullet}{2}7$	481	$\frac{3}{7}$
orden de aproximación	decenas de millar	milésimas	centenas	centésimas
truncamiento				
redondeo				
error absoluto del redondeo				
error relativo del redondeo				

27. Aproxima por redondeo a los órdenes indicados. Calcula los errores cometidos en las aproximaciones señaladas.

número	$6,\overset{o}{4}23$	23072	5,169	$0,\overset{\bullet}{7}9$	231911
orden de aproximación	milésimas	unidades de millar	décimas	centésimas	decenas de millar
redondeo					
error absoluto					
error relativo					

número	**13871**	**2,419**	**23072**	**5,169**	**8141**
orden de aproximación	unidades de millar	décimas	decenas de millar	centésimas	decenas
redondeo					
error absoluto					
error relativo					

número	**13,57**	**437451**	**27192**	**0,01381**	**0,0741**
orden de aproximación	unidades	decenas de millar	centenas	milésimas	centésimas
redondeo					
error absoluto					
error relativo					

28. Aproxima por redondeo a los órdenes indicados. Calcula los errores cometidos en las aproximaciones señaladas.

número	**2.996.542**	**10,97**	**1.362.000.000**	**0,000 751**
orden de aproximación	centenas de millar	décimas	decenas de millón	diezmilésimas
redondeo				
error absoluto				
error relativo				

29. Calcula:

$9268 \cdot 1000 =$	$3,24 \cdot 100 =$	$3,85 \cdot 0,01 =$	$46,97 \cdot 10 =$	$1,8 \cdot 100 =$	$61,2 \cdot 0,1 =$
$9268 \div 1000 =$	$3,24 \div 100 =$	$3,85 \div 0,01 =$	$46,97 \div 10 =$	$1,8 \div 100 =$	$61,2 \div 0,1 =$

30. La suma de dos números es $52,63$. Si uno de los sumandos es $28,557$, calcula el otro sumando.

31. Si a las 8 de la mañana la temperatura era de $9,5ºC$ y a las 12 del mediodía de $17,3ºC$, ¿cuál fue el incremento de temperatura en esas 4 horas?.

32. Los hermanos Teo, Juan y Abel miden sus alturas y las suman. Obtienen $5m$ exactos. Si Abel mide $1,61m$ y Juan $1,67m$, ¿cuánto mide Teo?

33. El ascensor de la casa de Julio admite una carga máxima de 350kg. Dentro está el propio Julio, que pesa 85,7kg y su hijo Lucas de 65kg. ¿Pueden subir con los 8 paquetes que traen, si cada uno pesa de 16,4kg?

34. Suso es aficionado al bricolaje. Hoy está haciendo un pequeña estantería de madera para el salón de su casa. Tiene varios listones de 3,2m de largo y necesita trozos de 23cm de longitud cada uno. ¿Cuántos trozos obtiene de cada listón?

35. La empresa de catering *Tato Murrico* prepara diariamente 43,5kg de guiso de carne con verduras. Si cada ración pesa 250g, ¿cuántas raciones preparan a diario?

36. Un tramo de 7,2km de un río se ha abierto a la pesca. El ayuntamiento del municipio por el que discurre este tramo decidió poner carteles para señalizar la zona cada 160m. ¿Cuántos carteles necesitaron?

37. Cecilia vuelve de la compra caminando cargando con dos bolsas. En una lleva una botella de agua de litro y medio y una bolsa de patatas de 3,4kg. En la otra, una bolsa de patatas igual que la anterior y un pack de 6 yogures; cada yogur pesa 125g. ¿Con cuánto peso carga Cecilia? [aprox. 1 litro de agua pesa 1kg]

38. María se va de vacaciones a Nueva York. Además de la tarjeta de crédito, también quiere llevar dinero en efectivo. Consulta en Internet cómo está ese día el cambio euro/dólar y se encuentra esto:

1 EUR = 1,24835 USD

Si ella quería cambiar 200€, ¿cuántos dólares conseguirá?

39. La mitad del peso de un tarro de mermelada de 500g corresponde a fruta. ¿Cuántos kilos de fruta hay en un tarro?, ¿y en una caja con 6 tarros?. ¿Cuántos tarros hacen falta para reunir 6,75kg de fruta?

40. Alberto compró 3 latas de tomate y un refresco de 1,05€. Pagó con un billete de 5€ y le devolvieron 1,40€. ¿Cuanto costó cada lata de tomate?

41. Una fábrica de zumos de frutos envasa diariamente 3762 litros de su zumo de melocotón en envases de 30cl de volumen. ¿Cuántos envases necesitan cada día?

Notación científica

La notación científica o potencias de base 10 es una forma de notación matemática utilizada para la representación de números que por ser muy grandes o muy pequeños, tienen una gran cantidad de ceros en su expresión. La notación científica tiene numerosas propiedades útiles que la hace la hace muy práctica en cálculos científicos y de ingeniería.

En notación científica todos los números pueden escribirse en la forma $a \cdot 10^n$, *donde* ***n****, el exponente, es un número entero.*

Notación científica normalizada. *Todo número se puede escribir en notación científica de muchas formas distintas, pero solo una de ellas se llama* notación científica normalizada*:*

$$a \cdot 10^n \ , con \ 1 \leq |a| < 10 \ \ y \ \ n \in ¢$$

forma decimal	*notación científica*	*notación científica normalizada*
700 000	$700 \cdot 10^3$, $7 \cdot 10^5$, $0'7 \cdot 10^6$, $0'07 \cdot 10^7$,⋯	$7 \cdot 10^5$
0'0112	$11'2 \cdot 10^{-3}$, $112 \cdot 10^{-4}$, $1'12 \cdot 10^{-2}$, $11200 \cdot 10^{-6}$,⋯	$1'12 \cdot 10^{-2}$

Notación científica
Uso de la potencias de base 10 para representar números muy grandes

El uso de la notación científica para la representación de números muy grandes se basa en dos hechos: cómo se multiplica por la unidad seguida de ceros y que las potencias de base 10 dan lugar a números de la forma unidad seguida de ceros. Por ejemplo

$$40000 = 4 \cdot 10000 = 4 \cdot 10^4 \qquad 70000000 = 7 \cdot 10000000 = 7 \cdot 10^7$$

Hay que tener en cuenta que se debe respetar la norma de no usar más de una cifra entera a la hora de representar números en notación científica normalizada. Asi,

$$31200000 = 312 \cdot 10^5$$

es una igualdad cierta pero una expresión incorrecta en notación científica normalizada. La forma correcta de hacerlo es

$$31200000 = 3{,}12 \cdot 10000000 = 3{,}12 \cdot 10^7$$

42. Escribe los siguientes números usando notación científica normalizada.

6 032 000 000 _____ 7 497 000 000 000 _____

540 000 _____ 52 000 000 000 _____

76 190 000 000 000 _____ 541 000 000 _____

43. Escribe con todas sus cifras los siguientes números.

$7{,}4 \cdot 10^2$ _____ $3{,}7 \cdot 10^4$ _____

$6{,}78 \cdot 10^5$ _____ $5 \cdot 10^6$ _____

$8{,}5926 \cdot 10^{12}$ _____ $4{,}68 \cdot 10^3$ _____

44. Escribe en notación científica las siguientes cantidades:

edad de la Tierra: 4,6 miles de millones de años_____

distancia del Sol a la estrella más cercana: 37 billones de km_____

número de habitantes de la Tierra: 7 mil millones de habitantes_____

Notación científica
Uso de la potencias de base 10 para representar números muy pequeños

De un modo similar a cómo se usan las potencias de base 10 para representar números muy grandes, podemos usarlas para representar números muy pequeños. Para ello hay que tener en cuenta la división por la unidad seguida de ceros y los exponentes negativos.

Cómo se divide por la unidad seguida de ceros

$\frac{2654}{10} = 2654 \cdot \frac{1}{10} = 265,4$	$\frac{2654}{100} = 2654 \cdot \frac{1}{100} = 26,54$	$\frac{2654}{1000} = 2654 \cdot \frac{1}{1000} = 2,654$
$\frac{2654}{10000} = 2654 \cdot \frac{1}{10000} = 0,2654$	$\frac{2654}{100000} = 2654 \cdot \frac{1}{100000} = 0,02654$	$\frac{2654}{1000000} = 2654 \cdot \frac{1}{1000000} = 0,002654$

Así, se cumple $0,000\,000\,09 = \frac{9}{100\,000\,000} = 9 \cdot \frac{1}{100\,000\,000}$

Cómo se interpretan los exponentes negativos

La definición clásica de potencia como una multiplicación reiterada no tiene sentido cuando el exponente es un número entero negativo. Por eso hay que definir de una manera distinta las potencias de exponente un número entero negativo.

La definición es la siguiente: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$*, aplicado a las potencias de base 10 tenemos:*

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{10^1} = 10^{-1} \qquad \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2} \qquad \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$$

$$\frac{1}{10000} = \frac{1}{10^4} = 10^{-4} \qquad \frac{1}{100000} = \frac{1}{10^5} = 10^{-5} \qquad \frac{1}{1000000} = \frac{1}{10^6} = 10^{-6}$$

De este modo $0,000\,000\,09 = 9 \cdot \frac{1}{100\,000\,000} = 9 \cdot \frac{1}{10^8} = 9 \cdot 10^{-8}$*.*

Otros ejemplos pueden ser:

$0,0003 = 3 \cdot 10^{-4}$; $0,000\,000\,2 = 2 \cdot 10^{-7}$; $0,000\,000\,007 = 7 \cdot 10^{-9}$; $0,000\,000\,000\,04 = 4 \cdot 10^{-11}$

Notación científica para números muy pequeños

Esta notación sigue el mismo esquema que para números grandes. Del mismo modo que para los números grandes no escribíamos $977 \cdot 10^{11}$ *para representar el número* 97700000000000 *(aun siendo cierta la igualdad) sino que escribíamos* $9,77 \cdot 10^{13}$*, para los números pequeños también escribimos una cifra en la unidades, las cifras decimales que se consideren oportunas y luego la potencia de 10.*

La igualdad $451 \cdot 10^{-8} = 0,000\,004\,51$ *es cierta, pero la manera correcta de escribir el número es* $0,000\,004\,51 = 4,51 \cdot 10^{-6}$

Unos ejemplos:

$0,004\,325 = 4,325 \cdot 10^{-5}$; $0,000\,000\,057\,23 = 5,723 \cdot 10^{-8}$; $0,000\,000\,000\,044\,8 = 4,48 \cdot 10^{-11}$

45. Escribe los siguientes números usando notación científica normalizada.

0'000 045 6 _____ 0'000 05 _____

0'002 _____ 0'0009 _____

0'000 000 98 _____ 0'000 000 000 008 _____

46. Escribe con todas sus cifras los siguientes números.

$3'7 \cdot 10^{-4}$ _____ $1'2 \cdot 10^{-6}$ _____

$5 \cdot 10^{-7}$ _____ $9'35 \cdot 10^{-3}$ _____

$4'68 \cdot 10^{-6}$ _____ $5 \cdot 10^{-9}$ _____

47. Escribe los siguientes números usando notación científica normalizada.

0,000 000 000 000 7 _____ 0,000 000 052 _____

0,000 015 _____ 0,000 451 _____

0,000 0071 _____ 0,000 000 99 _____

0,000 000 088 _____ 0,000 004 11 _____

48. Escribe con todas sus cifras los siguientes números.

$9 \cdot 10^{-10}$ _____ $6{,}1 \cdot 10^{-5}$ _____

$2 \cdot 10^{-3}$ _____ $3 \cdot 10^{-13}$ _____

$7{,}4 \cdot 10^{-2}$ _____ $6{,}9 \cdot 10^{-7}$ _____

$6{,}78 \cdot 10^{-5}$ _____ $1{,}5 \cdot 10^{-8}$ _____

49. Escribe los siguientes números usando notación científica normalizada.

distancia Tierra-Luna $384\,000\,km$	distancia Tierra-Neptuno $4308\,000\,000\,km$	diámetro del electrón $0'0000000003\,m$
superficie de la Tierra $150\,000\,000\,km^2$	longitud del virus de la gripe $0'0000000022\,m$	radio de un protón $0'00000000005\,m$
peso de un estafilococo $0'00000001g$	longitud de un año luz $9460\,000\,000\,000\,km$	diámetro del universo observable 25 000 *millones de años-luz*

50. Escribe en notación científica normalizada las siguientes cantidades:

el peso de una molécula de oxígeno: 0,000 000 000 000 000 000 000 053gr_____

el peso de una molécula de hidrógeno:0,000 000 000 000 000 000 000 003 3gr_____

el volumen de un glóbulo rojo: 0,000 000 000 077 cm^3_____

51. Efectúa las siguientes operaciones

$(4{,}4\cdot10^{-8})\cdot(6\cdot10^{-6}) =$ _____ $(6{,}78\cdot10^{-5})\cdot(7{,}4\cdot10^{-2}) =$_____

$(9{,}35\cdot10^{-3})\div(5\cdot10^{-7}) =$ _____ $(5{,}8\cdot10^{-9})\div(2{,}07\cdot10^{-2}) =$_____

$(3{,}7\cdot10^{-4})\cdot(2{,}07\cdot10^{2}) =$ _____ $(1{,}5\cdot10^{8})\cdot(1{,}2\cdot10^{-6}) =$ _____

$(4{,}68\cdot10^{-6})\div(8{,}18\cdot10^{6}) =$_____ $(3{,}653\cdot10^{12})\div(1{,}07\cdot10^{9}) =$_____

52. Escribe los siguientes números usando notación científica normalizada.

0,093 _____ 0,000 927 _____

0,000 268 35 _____ 0,002 96 _____

0,000 000 04 _____ 0,000 000 000 33 _____

65 300 _____ 99 000 000 _____

1 298 000 000 _____ 4 110 000 000 _____

53. Escribe con todas sus cifras los siguientes números.

$1{,}44 \cdot 10^8$ _____ $9 \cdot 10^{10}$ _____

$6{,}9 \cdot 10^7$ _____ $4{,}4 \cdot 10^9$ _____

8·10-12 _____ 2,309·10-4 _____

4,4·10-8 _____ 6·10-6 _____

5,8·10-9 _____ 2,07·10-2 _____

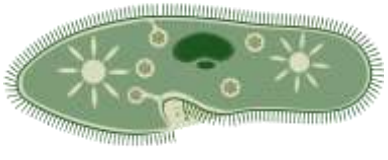
54. Usa la notación científica normalizada para expresar la capacidad de los siguientes dispositivos electrónicos en bits.

disco duro: 120Gb	tarjeta de memoria: 512Mb
diskette: 1,44Mb	CD-ROM: 650Mb

Unidades de almacenamiento de información digital

$byte = 2^3 bits$, $Kilobyte = 2^{10} bytes$, $Megabyte = 2^{10} Kilobytes$, $Gigabytes = 2^{10} Megabytes$

55. Teniendo en cuenta que la longitud de una paramecio es de $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ m., ¿cuántos de estos seres unicelulares son necesarios poner en fila para completar una longitud de 1cm.? [1cm = 0'01m = 10^{-2}m]

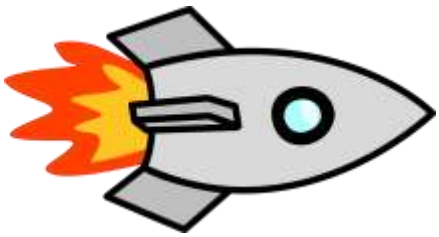


56. ¿A qué velocidad viajamos alrededor del Sol?

Debes tener en cuenta los siguientes datos: la longitud de la órbita de la Tierra alrededor del Sol (930 millones de km); el tiempo que tarda la Tierra en completar una vuelta alrededor del Sol es de sobra conocido; y debería serlo la relación entre la velocidad, el espacio y el tiempo.

Expresa el resultado en km/h y aproxímalo a las unidades de millar.

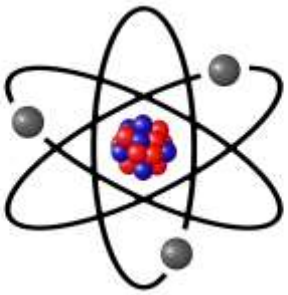
57. Cuántos años tardaría una nave espacial que viajase a la misma velocidad que lo hace la Tierra alrededor del Sol en llegar hasta la estrella más cercana al Sol, Alfa-Centauri, que está a 37 billones de kilómetros de distancia. Expresa el resultado en años aproximándolo a las unidades.



58. La masa de Plutón es $6{,}6\cdot10^{-9}$ veces la masa del Sol. La masa del Sol es $3{,}3\cdot10^{6}$ veces la masa de la Tierra. Si la masa de nuestro planeta es $6\cdot10^{24}$ kg, calcula la masa del Sol y de Plutón.

59. El diámetro de un electrón es de $5{,}6\cdot10^{-15}$m. ¿Cuántas de estas partículas subatómicas, puestas en fila una junto a la otra, caben en 1mm? [1mm = 10^{-3}m]. Expresa el resultado redondeando a las milésimas.

Teniendo en cuenta que un electrón pesa $1{,}67\cdot10^{-24}$ gr., ¿cuánto pesa ese "milímetro de electrones"?. Expresa el resultado aproximando a las centésimas.



Fracciones equivalentes; fracción irreducible

Dos fracciones son equivalentes si representan el mismo número racional.

Cómo obtener fracciones equivalentes

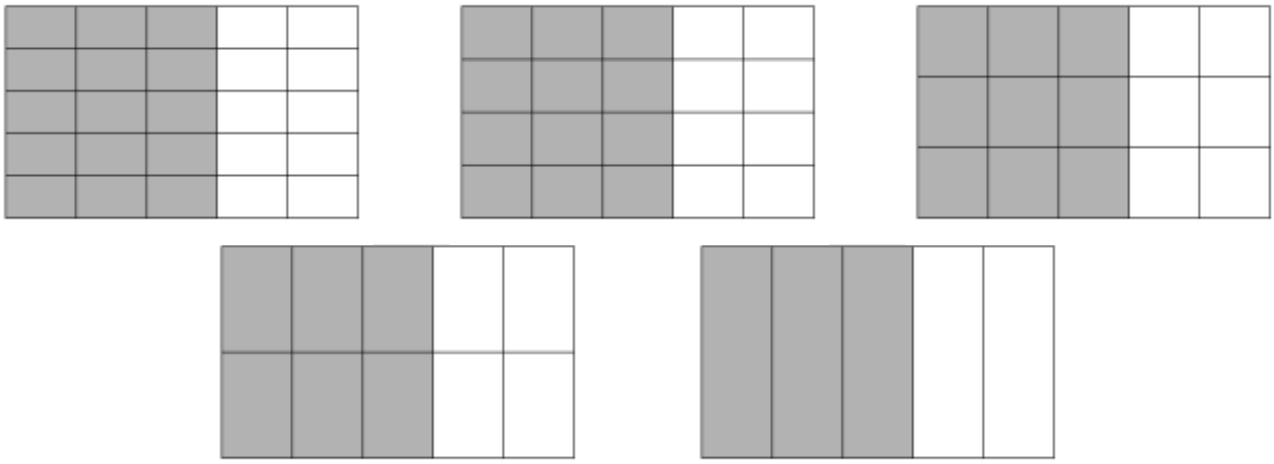
Dada una fracción podemos obtener fracciones equivalentes de dos modos:
multiplicando numerador y denominador por un mismo número. ***AMPLIFICAR***
dividiendo numerador y denominador por un mismo número. ***SIMPLIFICAR***

Dos fracciones son equivalentes si cumplen la siguiente condición:

$$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{y}} \Leftrightarrow \mathbf{a}\cdot\mathbf{y} = \mathbf{b}\cdot\mathbf{x}$$

Un mismo número racional se puede representar por diversas fracciones, todas ellas equivalentes. Una de ellas no se puede simplificar y se llama ***fracción irreducible***

ejemplo: $\frac{15}{25} = \frac{12}{20} = \frac{9}{15} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\frac{3}{5}$ *es la fracción irreducible en este caso*



60. Escribe tres fracciones equivalentes a cada una de las siguientes:

$\frac{2}{7}$ | $\frac{24}{36}$ |

61. Calcula el valor desconocido en cada uno de los casos siguientes:

$\frac{6}{15} = \frac{x}{5}$ | $\frac{60}{y} = \frac{12}{13}$ | $\frac{8}{14} = \frac{20}{z}$

62. Calcula la fracción irreducible en cada caso:

a. $\frac{12}{15}$ **b.** $\frac{28}{42}$ **c.** $\frac{21}{49}$ **d.** $\frac{100}{300}$ **e.** $\frac{18}{30}$ **f.** $\frac{4}{8}$ **g.** $\frac{45}{150}$ **h.** $\frac{32}{96}$ **i.** $\frac{63}{77}$

63. Dos socios se reparten los beneficios de su empresa del modo siguiente: el primero se lleva la cuarta parte, el segundo los $\frac{2}{7}$ y el resto se dedica mejorar los equipamientos de la empresa. ¿Cuál de los dos recibe mayor parte de los beneficios?. ¿Qué parte dedican a mejorar los equipamientos de la empresa?

64. Un cierto parásito del olivo produce un descenso aproximado de la producción de $\frac{3}{8}$ partes sobre lo que sería una producción normal. Un año de sequía hace descender la producción a casi la mitad. ¿A qué se debe temer más, al bichito o a que no llueva?.

Reducción de fracciones a denominador común

Es un procedimiento por el cual se transforma un conjunto de fracciones en otro, en el que todas las fracciones tienen el mismo denominador, y siendo cada fracción del primer conjunto equivalente a una fracción en el segundo conjunto.

Cómo reducir a denominador común

1. *Calcular el mínimo común múltiplo, m.c.m., de los denominadores. Ese será el denominador común.*
2. *Calcular el nuevo numerador de cada fracción. En cada fracción se realiza la siguiente operación:*
   dividir el m.c.m. entre el denominador.
   multiplicar el resultado de ese cociente por el numerador.

65. Ordena, en cada caso, la terna de fracciones.

a. $\frac{3}{4}, \frac{1}{6}, \frac{5}{12}$ **b.** $\frac{3}{10}, \frac{4}{15}, \frac{7}{6}$ **c.** $\frac{3}{2}, \frac{1}{4}, \frac{5}{8}$ **d.** $\frac{10}{24}, \frac{9}{16}, \frac{15}{18}$ **e.** $\frac{20}{21}, \frac{6}{7}, \frac{13}{14}$ **f.** $\frac{9}{11}, \frac{1}{4}, \frac{17}{22}$

66. Lía y su hermano Yago se reparten una deliciosa tortilla de patata. Lía come los 3/7 de la pizza y Yago un 2/5. ¿Quién come más tortilla?. ¿Qué parte de la tortilla se comieron entre los dos?. Alberto, el padre de Lía y Yago, se come lo que quedó. ¿Qué parte le tocó?

67. Irene y su hermano Gabri se reparten una pizza. Irene come los 3/7 de la pizza y Gabri un tercio. ¿Quién es el que come mayor ración de pizza?. ¿Qué parte de la pizza se comieron entre los dos?.
Miki, el padre de Irene y Gabri, come los restos de pizza. ¿Qué parte le tocó?

68. Julia estuvo ayer en la Fnac comprando libros y discos. Gastó $\frac{1}{3}$ del dinero que tenía en libros y $\frac{2}{5}$ en discos. Había salido de casa con 45€.

Responde a las siguientes cuestiones:

¿Cuánto dinero gastó en libros, en discos y en total?. ¿Cuánto dinero le sobró?

¿Qué fracción del dinero con el salió de casa se quedó en la Fnac y qué parte volvió a casa de Julia?

69. Juanjo y su hermano Paco salen de casa con 140€ que se gastan del modo siguiente: la quinta parte en discos, la mitad en ropa y un séptimo en el cine.

Responde a las siguientes cuestiones:

¿Cuánto dinero se gastaron en discos, en ropa y en ir al cine?. ¿Les sobró algo de dinero?, ¿cuánto?. Determina que parte (fracción) de los 140€ gastaron y qué parte no.

Operaciones con fracciones

Suma y resta de fracciones

Para sumar y restar fracciones se reducen todas a denominador común y se suman o restan los numeradores resultantes.

Operaciones con fracciones

multiplicación de fracciones

En una multiplicación de fracciones, se multiplican los numeradores de los factores para obtener el numerador del producto y se hace lo mismo con los denominadores.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{x}{y}=\frac{a\cdot x}{b\cdot y}$$

división de fracciones

Para dividir dos fracciones se multiplica el dividendo por el inverso del divisor. Esto deriva en la conocida regla de "multiplicar los términos de las fracciones en cruz".

$$\frac{a}{b}\div\frac{x}{y}=\frac{a}{b}\cdot\frac{y}{x}=\frac{a\cdot y}{b\cdot x}$$

70. Efectúa las siguientes sumas y restas de fracciones:

a. $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$ **b.** $\frac{7}{9}-\frac{4}{9}$ **c.** $\frac{4}{11}+\frac{1}{11}+\frac{5}{11}$ **d.** $\frac{6}{8}+\frac{3}{8}-\frac{5}{8}$

e. $\frac{2}{3}-\frac{1}{5}$ **f.** $\frac{6}{7}-\frac{3}{8}$ **g.** $\frac{5}{12}+\frac{7}{6}$ **h.** $\frac{3}{5}+\frac{3}{10}$

71. Efectúa las siguientes operaciones con fracciones:

a. $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}$ **b.** $\frac{8}{3}\div\frac{10}{7}$ **c.** $\frac{6}{13}\cdot\frac{15}{4}$ **d.** $\frac{7}{15}\div\frac{2}{7}$ **e.** $\frac{23}{41}\cdot\frac{4}{5}$ **f.** $\frac{9}{81}\div\frac{6}{42}$

g. $3\cdot\frac{4}{5}$ **h.** $\frac{9}{81}\div 6$ **i.** $2-\frac{1}{5}$ **j.** $\frac{6}{7}-3$ **k.** $\frac{17}{13}\div\frac{2}{3}=$ **l.** $-\frac{4}{9}\cdot\frac{5}{7}=$

72. Efectúa las siguientes operaciones con fracciones:

a. $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ **b.** $\left(\frac{1}{2}\right)^5$ **c.** $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ **d.** $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$ **e.** $\left(-\frac{1}{7}\right)^2$ **f.** $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ **g.** $\left(-\frac{2}{5}\right)^4$ **h.** $\left(\frac{-1}{10}\right)^5$

73. Calcula y simplifica.

a. $\left(-\frac{8}{3}\right)\cdot\left(-\frac{15}{4}\right)=$ **b.** $\frac{8}{5}\div\left(-\frac{20}{6}\right)=$ **c.** $\frac{7}{10}+\frac{3}{4}-\frac{1}{5}-\frac{13}{20}$ **d.** $\frac{4}{9}\cdot\frac{1}{2}+\frac{5}{6}$

e. $\left(\frac{7}{8}-\frac{3}{4}\right)\div\frac{10}{11}$ **f.** $\frac{6}{15}\cdot\frac{5}{2}+\frac{2}{3}\div\frac{5}{4}$ **g.** $\frac{1}{4}-\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$ **h.** $\frac{3}{4}-\frac{1}{6}+1$

i. $7+\frac{3}{4}-\frac{1}{5}-\frac{3}{2}$ **j.** $\frac{4}{9}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{6}$ **k.** $\left(\frac{7}{8}-3\right)\div\frac{5}{6}$ **l.** $\frac{3}{5}+\frac{7}{5}\cdot\frac{6}{5}\div\frac{1}{7}$

m. $\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{5}{6}\div\frac{7}{2}\right)$ **n.** $\frac{6}{7}\div\frac{3}{15}-\frac{7}{5}\cdot\frac{1}{4}$ **o.** $\frac{-1}{5}+\frac{2}{3}\div\left(-\frac{4}{9}\right)-\frac{1}{6}$ **p.** $\left(-\frac{6}{15}\right)\cdot 2+\frac{1}{3}\div\left(-\frac{5}{4}\right)$

74. En un instituto de 600 alumnos, 250 tienen de asignatura Informática, 200 Astronomía y el resto Teatro. ¿Qué fracción del total de alumnos representa cada asignatura?.

En el instituto hay 120 alumnos matriculados en Francés. ¿Qué porcentaje del total de alumnos representan los que estudian Francés?

75. Una empresa ingresa por sus ventas 127500€ cada mes.
Esta empresa tiene cada mes los siguientes gastos:

La quinta parte de sus ingresos al pago de los sueldos de los empleados
La mitad a pagar a los proveedores
La décima parte se invierte en mejorar los equipamientos de la empresa.

¿Cuánto dedica cada mes esta empresa a cada uno de los apartados mencionados?.

Si los beneficios de una empresa son la diferencia entre los ingresos y los gastos, calcula los beneficios mensuales y anuales de esta empresa.

76. Por la mañana hemos recorrido las dos terceras partes del camino y por la tarde 5km. ¿Cuántos km hemos recorrido en total?

77. Un camión consume dieciséis litros y medio cada cien kilómetros. Si el depósito tiene una capacidad de sesenta litros, calcula cuántos kilómetros puede recorrer sin repostar.

78. ¿Cuántas botellas de tres cuarto de litro necesita un bodeguero para envasar 600 litros de vino?, ¿y cuántas botellas de dos tercios de litro?.

79. Una mezcla de cereales está compuesta por $\frac{7}{15}$ de trigo, $\frac{9}{25}$ avena y el resto de arroz. ¿Qué parte (fracción) de arroz tiene la mezcla?. ¿Qué cantidad de cada cereal habrá en 600g de mezcla?

80. Hoy estamos de excursión. Esta mañana hemos recorrido tres quintas partes del camino y para la tarde nos quedan otros 6km. ¿Cuál es la longitud de la excursión de hoy?

81. Un coche gasta 6 litros y ¼ del litro cada 100km. Si el depósito tiene una capacidad de 60 litros, calcula cuánto kilómetros puede recorrer sin repostar.

82. Un tercio de los 180 pasajeros de un avión son europeos y $\frac{2}{5}$ son africanos. El resto son americanos. ¿Cuántos americanos hay en el avión?

83. En una ciudad viven 200.000 personas, 1/5 de los cuales son inmigrantes y 3/4 de los inmigrantes son jóvenes:

a) ¿Qué fracción de la población representan los inmigrantes jóvenes?.
b) ¿Cuántos inmigrantes viven en dicha ciudad?.
c) ¿Cuántos de ellos son jóvenes?.

84. La cuarta parte de los 240 trabajadores de una empresa son asturianos. De ellos, $\frac{3}{8}$ son de Gijón. ¿Cuántos gijoneses trabajan en esa empresa?. ¿Qué parte del total de empleados no son de Gijón?

85. En la selección para un concurso eliminan a $\frac{7}{12}$ de los aspirantes en la primera prueba y a $\frac{4}{13}$ de los que quedaban en la segunda. Responde a las siguientes cuestiones:

¿Qué fracción del total de concursantes supera la 2ª prueba?
Si 130 aspirantes pasan la 1ª prueba, ¿cuántos quedan tras la 2ª?

86. En una empresa con 686 empleados, $\frac{9}{14}$ son menores de 40 años. $\frac{5}{6}$ de los menores de 40 tiene más de 30 años.
¿Cuántos veinteañeros trabajan en esta empresa?.
¿Qué fracción de empleados está entre los 30 y los 40 años?

87. Una persona reparte su tiempo del modo siguiente. Un tercio lo dedica a dormir; del tiempo que está despierto, dedica la mitad a trabajar, la cuarta parte al trabajo doméstico y el resto a aseo, alimentación y ocio. Determina qué parte del total del tiempo dedica a cada apartado mencionado y cuántas horas diarias dedica a cada cosa.

88. Del dinero de una cuenta bancaria, retiramos primero los $\frac{3}{8}$ y, después, los $\frac{7}{10}$ de lo que quedaba.
El saldo inicial era de 24000€.
Responde a las siguientes cuestiones:

a) ¿Qué parte del total del dinero se retiró?.
b) ¿Qué parte del total del dinero se quedó en el banco?.
c) ¿Cuánto dinero se retiró?.
d) ¿Cuánto dinero se quedó en el banco?

89. Pedro dedicó la tarde de ayer a las siguientes actividades: $\frac{1}{3}$ de su tiempo a ver la tele, $\frac{1}{4}$ a jugar y $\frac{5}{12}$ a estudiar. ¿A qué actividad dedicó más tiempo?.¿Le sobró algo de tiempo para hacer otras cosas durante la tarde?

IMÁGENES

viñeta de la portada (Alberto Montt). http://www.dosisdiarias.com/2009/05/2009-05-14.html
supermercado. https://www.pexels.com/photo/booth-branding-business-buy-264636/
números. https://pixabay.com/es/n%C3%BAmeros-caracteres-guarder%C3%ADa-40904/
termómetro. https://pixabay.com/es/fr%C3%ADo-fresco-caliente-icono-medida-1293305/
hermanos.https://pixabay.com/es/nos-vemos-reuni%C3%B3n-encuentro-alegr%C3%ADa-1013683/
ascensor. https://pixabay.com/es/ascensor-personas-abajo-transporte-44012/
mermeladas. https://pixabay.com/es/mermelada-jarras-frutas-naturales-428094/
envases. http://evaporadoresindustriales.grupovento.com/eliminar-aguas-residuales-en-la-fabricacion-de-zumos/
nave espacial. https://pixabay.com/es/cohete-lanzamiento-nave-espacial-312455/
paramecio. https://pixabay.com/es/la-biolog%C3%ADa-microbiolog%C3%ADa-1295384/
átomos. https://pixabay.com/es/atom-s%C3%ADmbolo-personajes-resumen-68866/
olivo. https://pixabay.com/es/aceitunas-rama-de-olivo-frutas-357849/
fnac. http://www.channelpartner.es/retail/noticias/1063087047502/dueno-fnac-planea-deshacerse-tiendas.1.html
instituto. http://www.matajove.es/nnttmatajove/
camión. https://pixabay.com/es/cami%C3%B3n-coche-veh%C3%ADculo-transporte-2178252/
cereales. https://pixabay.com/es/copos-de-ma%C3%ADz-los-cereales-desayuno-151476/
aeropuerto. https://www.pexels.com/photo/condor-airplane-on-grey-concrete-airport-163792/
oficina. http://www.segurocomercioonline.com/seguro-multirriesgo-oficinas/
euros. https://pixabay.com/es/euro-billetes-de-banco-monedas-1166051/