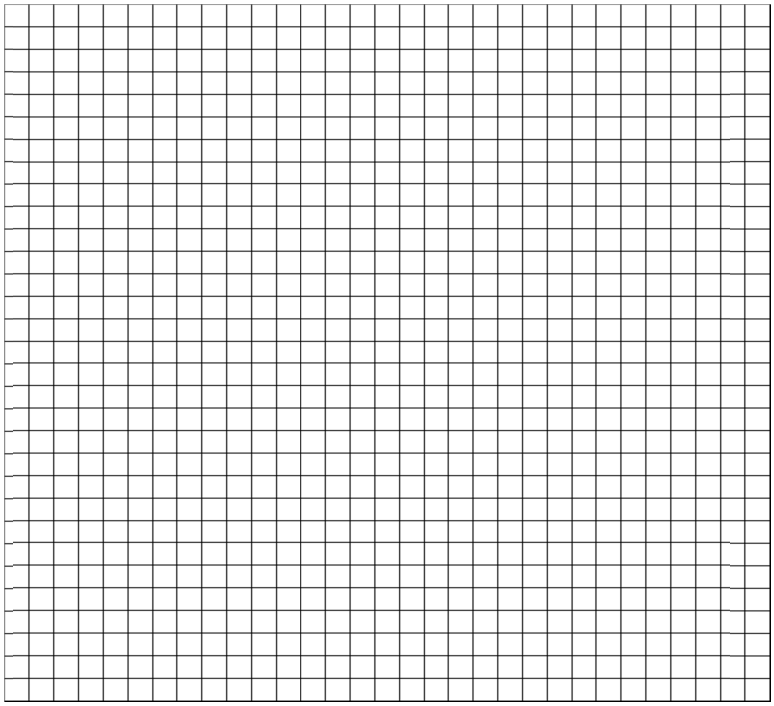
4º ESO – Funciones – Tareas

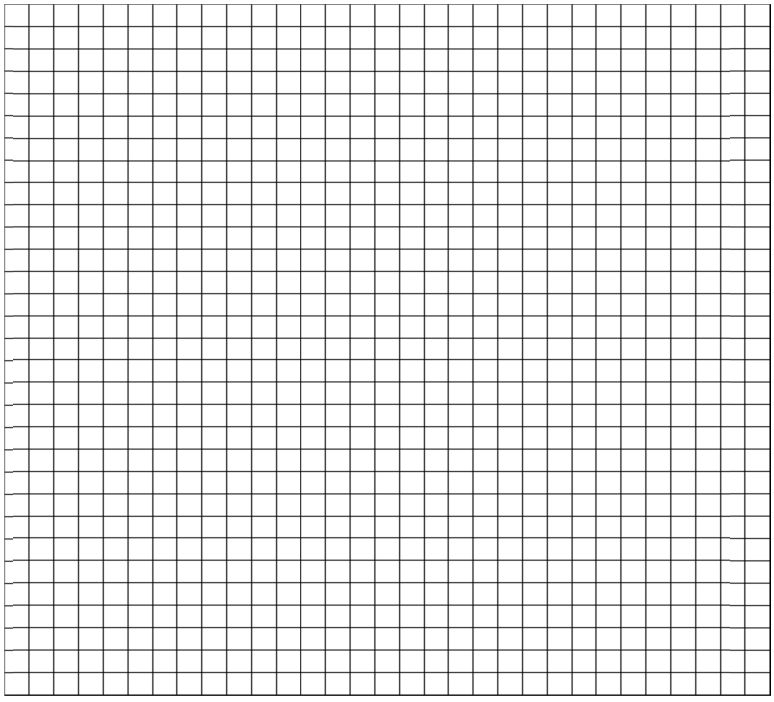
Funciones Logarítmicas y Exponenciales

Tarea 1 – Función Exponencial

1) Utiliza Geogebra para representar la siguiente función $y=3^x$ y utiliza esa información para dibujar las gráficas de las funciones $y=-3^x$ e $y=3^{-x}$.



2) Repite lo hecho en el ejercicio anterior pero tomando como función de referencia $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.



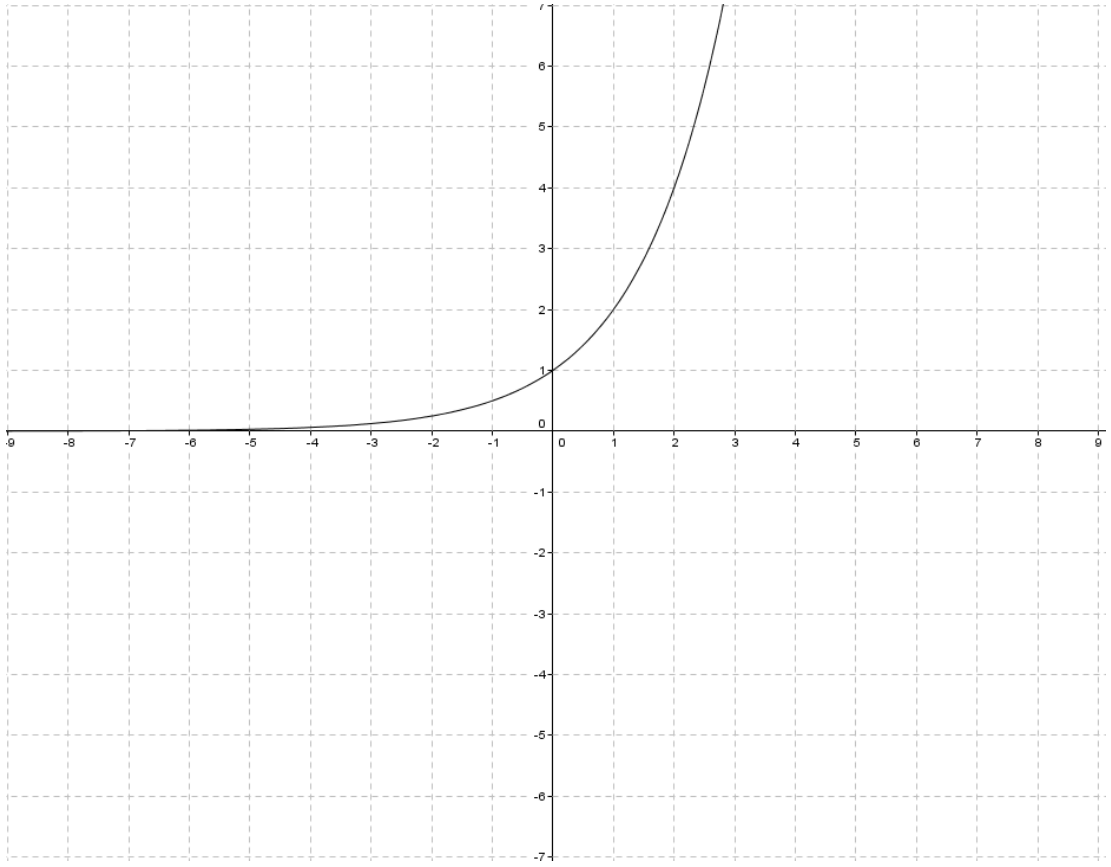
RECUERDA

Las relaciones existentes entre la gráfica de la función, f(x), y la gráfica de las funciones:

- f(x)±k Traslación vertical.
- f(x±k) Traslación horizontal.
- f(x±k)±h. Combinación de traslación vertical y horizontal.
- -f(x) Simetría axial. El eje de simetría (espejo) es y=0.
- f(-x) . Simetría axial. El eje de simetría (espejo) es x=0.

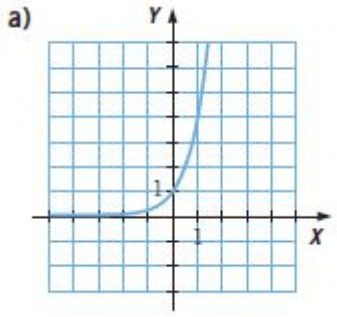
3) Dada la gráfica de la función $y = 2^x$. Representa en los mismos ejes las gráficas de las siguientes funciones:

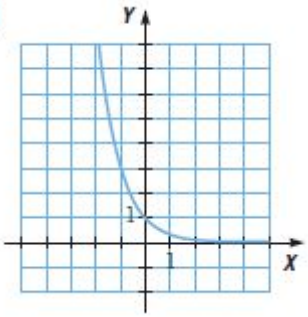
a) $y = 2^{x-2}$ **b)** $y = 2^x - 2$ **c)** $y = -2^x + 5$ **d)** $y = -2^{-x+1}$



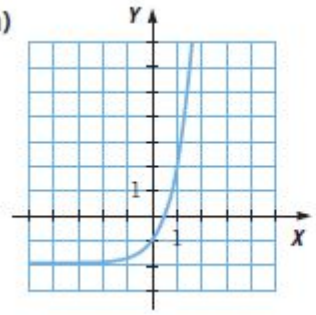
Tarea 2 – Función exponencial

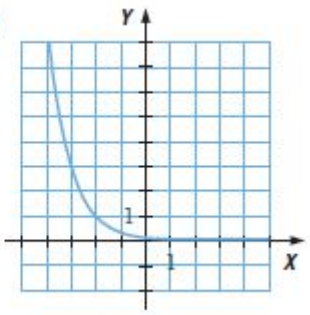
1) Encuentra la expresión algebraica de las siguientes funciones:

a) 

b) 

2) Encuentra la expresión algebraica de las siguientes funciones:

a) 

b) 

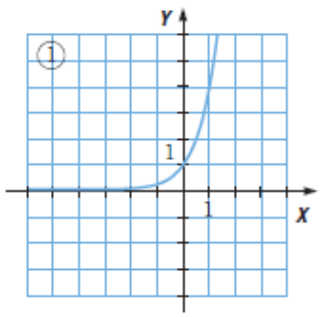
3) Estudia y dibuja la gráfica de las siguientes funciones:

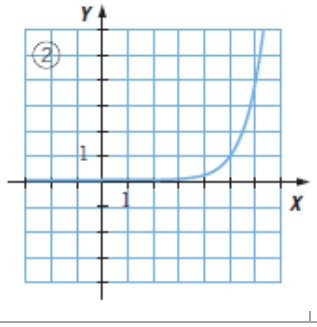
a) $y = 3^{x-1} - 5$ b) $y = 2 - 3^x + \frac{2}{3}$

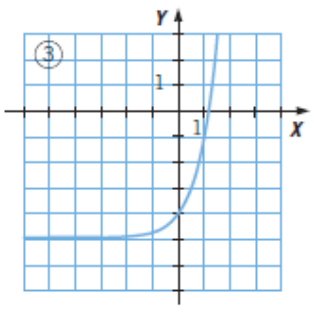
a)		b)	

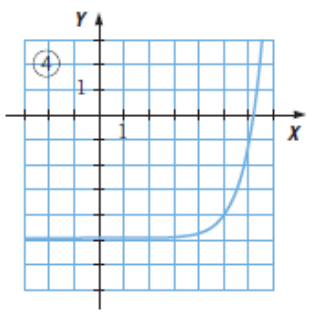
4) Relaciona cada función con su gráfica:

a) $f(x) = 4^x$; b) $g(x) = 4^x - 5$; c) $h(x) = 4^{x-5}$; d) $i(x) = 4^{x-5} - 5$

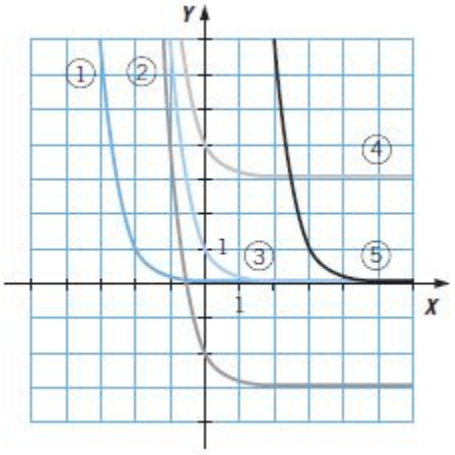






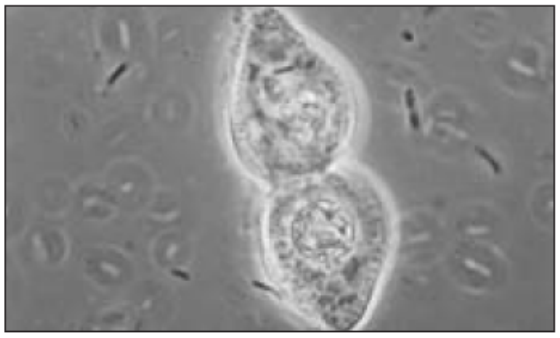


5) En el siguiente sistema de ejes cartesianos aparecen las gráficas de la función $y = \left(\frac{1}{7}\right)^x$ y de varias traslaciones de ella.



Identifica y escribe la expresión algebraica de la función correspondiente a cada una de ellas.

6) Una especie de paramecio se reproduce por bipartición, completando su ciclo reproductivo cada hora.



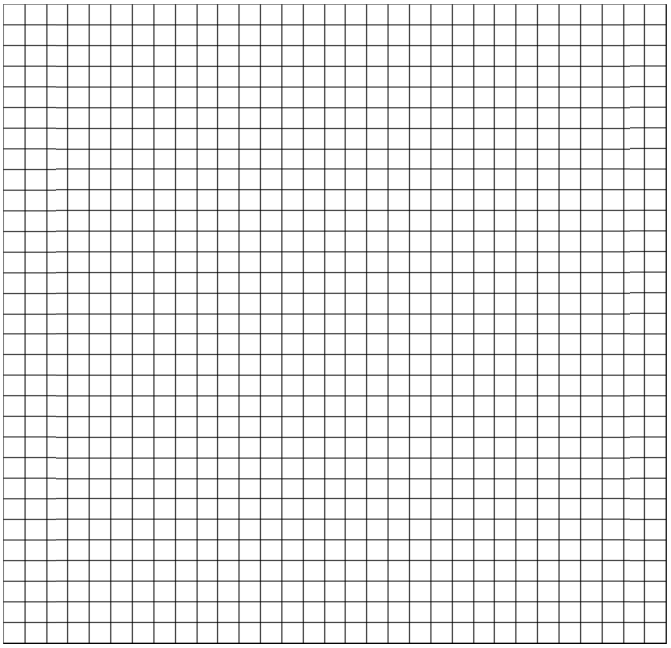
a) Calcula la expresión de la función que relaciona los paramecios, y, que hay en función del tiempo, t, en horas, que ha trascurrido desde el momento en que empieza a dividirse.

b) Representa la función.

Tarea 3 – Función logarítmica

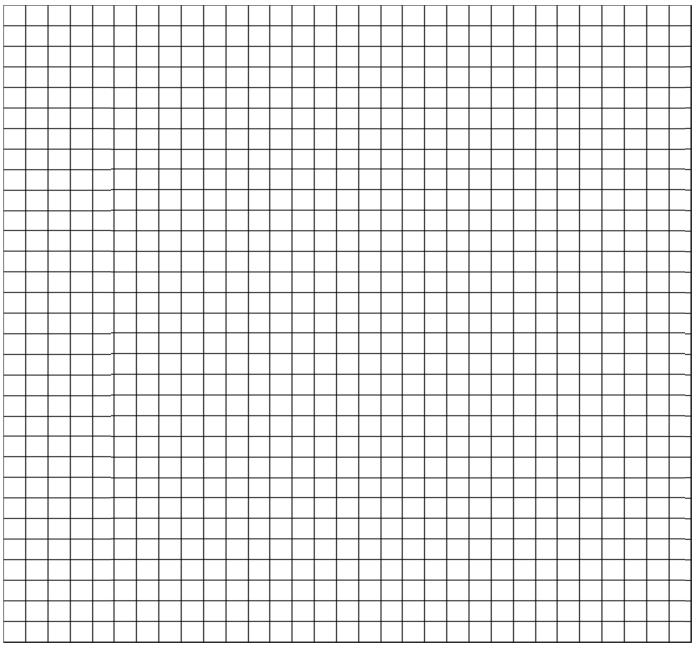
1) Utiliza Geogebra para representar la siguiente función $y=\log_3 x$ y utiliza esa información para dibujar las gráficas de las funciones

$y= -\log_3 x$ $y= \log_3 (-x)$



2) Repite lo hecho en el ejercicio anterior pero tomando como función de referencia

$$y = log\,\frac{1}{3}\,x$$



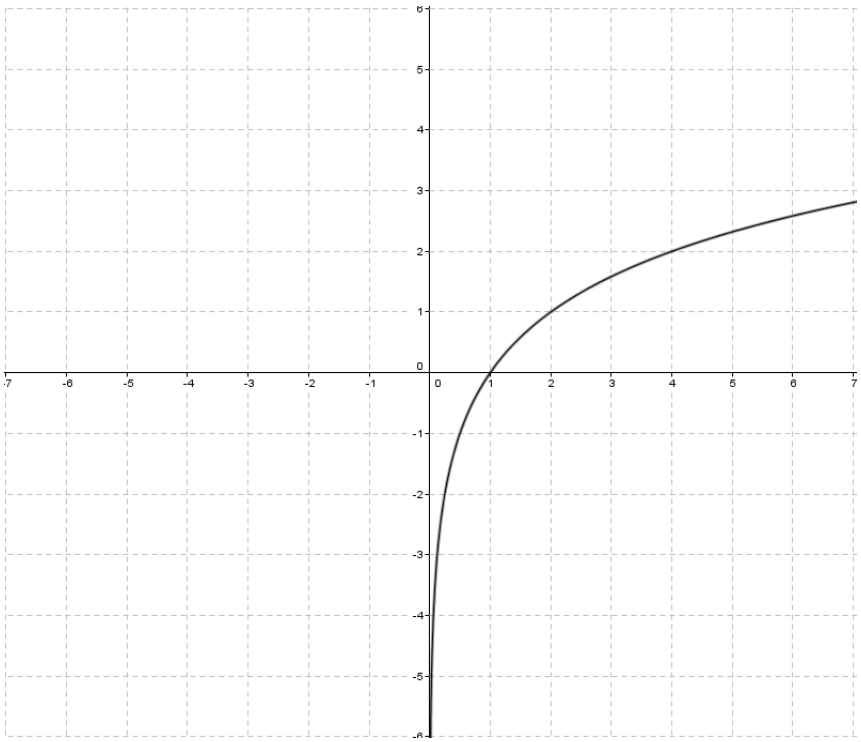
RECUERDA

Las relaciones existentes entre la gráfica de la función, f(x), y la gráfica de las funciones:

- f(x)±k Traslación vertical.
- f(x±k) Traslación horizontal.
- f(x±k)±h. Combinación de traslación vertical y horizontal.
- -f(x) Simetría axial. El eje de simetría (espejo) es y=0.
- f(-x) . Simetría axial. El eje de simetría (espejo) es x=0.

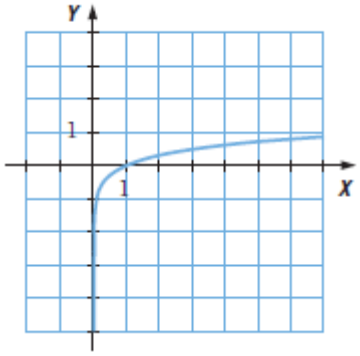
4) Dada la gráfica de la función $y = log_2 x$. Representa en los mismos ejes las gráficas de las siguientes funciones:

a) $y = \log_2 (x-2)$ b) $y = \log_2 x - 2$ c) $y = -\log_2 x + 5$ d) $y = -\log_2 (-x+1)$



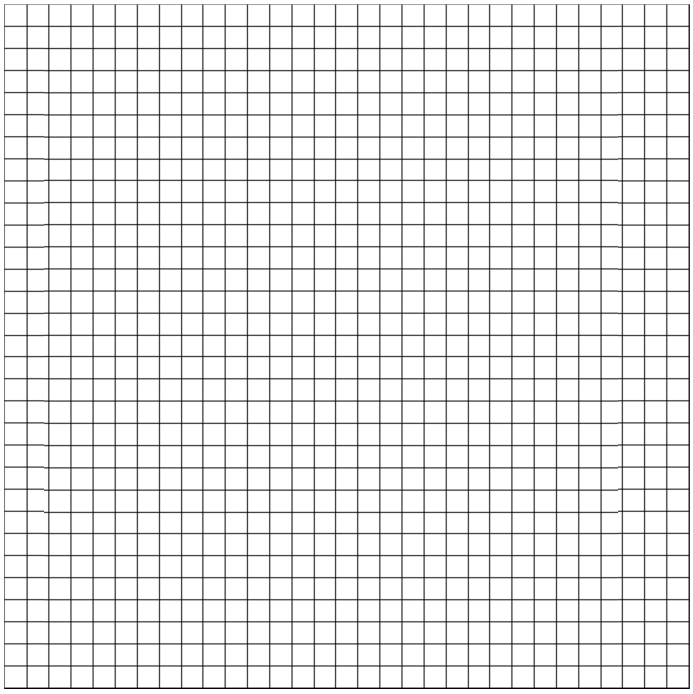
Tarea 4 – Función logarítmica

1) Esta gráfica pertenece a $y = \log x$.



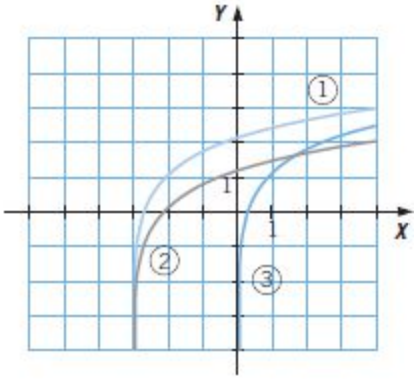
Dibuja las gráficas de estas funciones a partir de ella:

a) $y = \log (10x)$
b) $y = \log (x+3)$



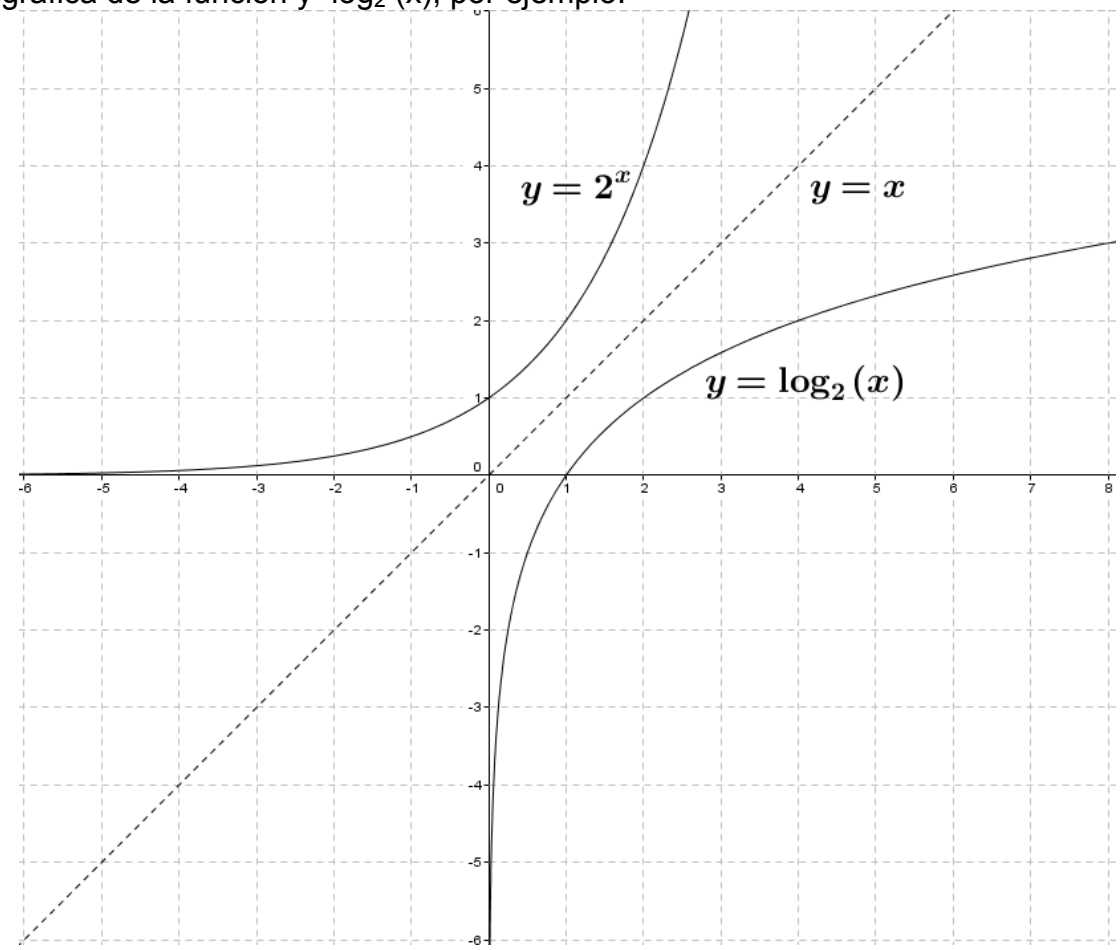
2) Relaciona cada gráfica con su expresión algebraica.

a) $y = \ln (3x)$
b) $y = \ln (x+3)$
c) $y = \ln [3(x+3)]$



Relación entre funciones exponenciales y logarítmicas.

En el siguiente gráfico tenemos representadas las gráficas de la función exponencial $y=2^x$ y la función logarítmica $y=\log_2(x)$. Se observa que estas gráficas son simétricas respecto de la recta y=x, la bisectriz del primer y tercer cuadrantes. Siempre que esto ocurre decimos que estas funciones son inversas una de la otra.
Desde el punto de vista algebraico podemos decir que si (c,b) pertenece a $y=a^x$, entonces (b,c) pertenece a la función $y=\log_a x$.
Podemos comprobarlo con el punto (2,1) de la gráfica de la función $y=2^x$ y el punto (1,2) de la gráfica de la función $y=\log_2(x)$, por ejemplo.



1) Comprueba si los siguientes pares de funciones exponenciales y logarítmicas son o no funciones inversas.

a) $y = 3^x$ $y=\log_3 x$

b) $y=-x$ $y = -\frac{1}{x}$

c) $y=\log_2 x$ $y=2^x$

2) Según la definición de función inversa, ¿tiene inversa la función de proporcionalidad inversa $y = \frac{1}{x}$?

3) **El pH mide el carácter ácido o básico de una sustancia, y se encuentra relacionado con la concentración de iones de hidrógeno de la misma, *x*, que se mide en mol por litro, según la fórmula pH = −log *x*.**

a) Representa la función del pH.

b) El pH de un gel de ducha es 5,5. ¿Qué concentración de iones de hidrógeno tiene?

c) Para valores de pH menores que 7, la sustancia es ácida y, en caso contrario, básica. ¿Cuántos moles por litro de iones de hidrógeno puede contener una sustancia en cada caso?

4) **La sonoridad o sensación auditiva de un sonido, β, se mide en decibelios (dB), y se encuentra relacionada con la intensidad de la onda sonora, *I*, que se mide en vatios por metro cuadrado.**

$$\beta = 120 + 10 \log I$$

a) La intensidad de las ondas sonoras que son audibles sin producir dolor está entre 10^{-12} y 1 vatio por metro cuadrado. ¿Entre qué valores se halla comprendida la sonoridad que producen?

b) Si estás escuchando música en un reproductor MP3 con 20 decibelios, ¿cuál es la intensidad de las ondas al salir de los auriculares?

Tarea 5 – Repaso

1) Indica, sin dibujarlas, si estas funciones son crecientes o decrecientes.

a) $f(x) = 3^x$ c) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$ e) $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

b) $f(x) = 3^{-x}$ d) $f(x) = 3^{3-x}$ f) $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}$

2) Calcula el punto de corte con el eje de ordenadas de las siguientes funciones sin dibujarlas.

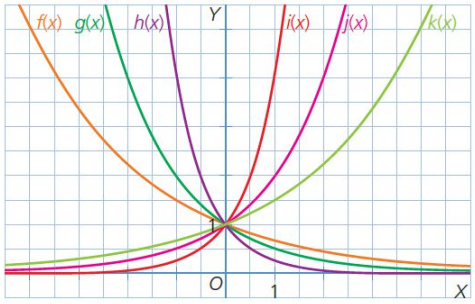
a) $f(x) = 5^x$ c) $f(x) = 5^{2x}$ e) $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x+1}$

b) $f(x) = 5^{-x}$ d) $f(x) = 5^{3-x}$ f) $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x+2}$

3) Dibuja las graficas de las siguientes funciones en Geogebra y escribe debajo las relaciones que hay entre ellas.

a) $f(x) = 3^x$ b) $f(x) = 2 \cdot 3^x$ c) $f(x) = 3^x + 1$ d) $f(x) = 3^x - 1$

4) Escribe las expresiones algebraicas de las siguientes funciones.



5) ¿Qué tipo de curvatura tienen las siguientes funciones?¿Sacas alguna conclusión al respecto?

a) $f(x) = 7^x$ b) $f(x) = 7^{-x}$ c) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$ d) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x-1}$

6) Encuentra el dominio de las siguientes funciones logarítmicas.

a) $f(x) = \log\left(\frac{1}{x}\right)$ b) $f(x) = \log(-x)$ c) $f(x) = \log x^3$ d) $f(x) = \log(x^2 - 1)$

7) Describe, sin dibujarlas, la monotonía y la curvatura de las siguientes funciones.

a) $f(x) = \log_3 x$ b) $f(x) = \log_4 x$ c) $f(x) = \log_{1/3} x$ d) $f(x) = \log_{1/4} x$

8) Calcula el punto de corte con el eje de abscisas de las siguientes funciones sin dibujarlas.

a) $f(x) = \log_4 x$ b) $f(x) = \log_{1/4} x$ c) $f(x) = \log_{1/4}(x+1)$ d) $f(x) = \log_4(-x+2)$

9) Dibuja las gráficas de las siguientes funciones y calcula el punto de corte con el eje de abscisas.

a) $f(x) = 1 + \log_2 x$ b) $f(x) = -1 + \log_2 x$ c) $f(x) = 1 + \log_{1/2} x$ d) $f(x) = -1 + \log_{1/2} x$

Tarea 6 – Problemas

1) La investigación sobre la variación de la masa de un material radioactivo ha llegado a la conclusión de que disminuye en función del tiempo, t, según la función $m(t) = 50 \cdot 2^{-5t}$. Si la masa se mide en gramos y el tiempo en horas:

a) ¿Qué masa tiene el material inicalmente?
b) ¿Al cabo de cuánto tiempo la masa del material es de 25 g?

2) *Escherichia coli* es una bacteria que vive en el intestino de la mayor parte de los mamíferos. La bacteria forma parte de la flora intestinal y en personas sanas actúa ayudando a la absorción de nutrientes. Si tomamos un alimento que contiene factores virulentos de esta bacteria, como carne poco cocinada o alimentos que han entrado en contacto con excrementos de animales, puede ocasionarnos enfermedades graves.

Un cultivo de 500 bacterias Escherichia coli crece sgún la función $f(t) = 500 \cdot 2^{\frac{t}{30}}$, donde t se mide en minutos. Calcula el tiempo que tiene que transcurrir para que tengamos una pocblación de 8000 bacterias.

3) Cuando tomamos un medicamento, el organismo lo absorbe y con el paso del tiempo la cantidad ingerida va disminuyendo. Si el contenido en miligramos de un medicamento a las t horas de su ingestión se determina según la función $f(t) = 10 \cdot 5^{-\frac{t}{2}}$.

a) Averigua la cantidad inicial de medicamento, esto es, los miligramos que deben ingerirse.
b) ¿Cuántos miligramos de medicamento quedan en el organismo después de 8 h?
c) ¿Después de cuántas horas de ingerir el medicamento quedan 0,4 mg en el organismo?

4) En una población de 10000 habitantes se ha instalado en el año 2015 un complejo industrial que dará trabajo a miles de personas. Se prevé que la población aumente según la función $P(t) = 10\,000 \cdot e^{0,05t}$, donde t representa el número de años. Averigua la población esperada para el año 2019.