

4º ESO – Algebra – Tareas

Polinomios

Tarea 1 – Regla de Ruffini

- 1) Trabajaremos en parejas para realizar las siguientes divisiones utilizando la regla de Ruffini. Calcula el cociente y el resto en cada división.

a. $(x^5 - x^3 + x^2 - x^4 + 3x - 7) \div (x - 2)$

b. $(x^4 + 2x^2 - x - 3) \div (x + 1)$

c. $(2x^4 - x^3 + x + 3) \div (x - 3)$

d. $(x^3 - 8x + x^2 - 7) \div (x + 2)$

- 2) Completa las siguientes divisiones y escribe los polinomios dividendo, divisor, cociente y resto de cada división.

a.

	3	4	0	-1
-1				

b.

	4	3	2	1
		-1		

c.

	1	0	-1	2
		2		

d.

	0	0	-3
-4	8		

3) Usando la regla de Ruffini, realiza las siguientes divisiones. Recuerda calcular el cociente y el resto de cada división.

a. $(4x^7 - 2x^3 + x^5) \div (x + 2)$

b. $(1 - x^5) \div (x - 1)$

c. $(3x + 2x^2 - x^5 + 6x^6) \div (x + 1)$

Tarea 2 – Teorema del Resto

1) Calcula las siguientes divisiones utilizando la regla de Ruffini indicando el cociente y el resto de cada división. ¿Cuáles son exactas?

a) $(2x^3 + 5x^2 - 3x - 8) : (x - 1)$

b) $(-4x^4 + 9x^3 - x^2 + x + 2) : (x + 3)$

b) $(x^3 + 3x^2 - 4x - 12) : (x + 4)$

d) $(3x^7 - 8x^5 + 4x^2 + 5x + 21) : (x - 2)$

2) Estudia si $x = -1$ and $x = 1$ son raíces de los siguientes polinomios:

a) $P(x) = 3x^6 - 4x^5 - 7x^3 + 5x + 3$

b) $Q(x) = -5x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 3x + 4$

c) $R(x) = 2x^5 - 5x^3 + x^2 + 3x - 1$

d) $S(x) = -5x^4 + x^3 + 2x^2 - x + 3$

3) Dado el polinomio $P(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 + 3$, calcula los valores de: $P(0)$, $P(1)$ y $P(-2)$.

4) Calcula el valor de "k" para que el polinomio $P(x) = 2x^3 - kx^2 + 6$ sea divisible por $(x+1)$.

5) Calcula el valor de "a" para que el resto de la división $(x^4 - 4x^3 + ax) : (x+2)$ sea 2.

6) Calcula el resto de la división $Q(x) = x^2 + 3x - 5$ entre x .

7) Razona si el polinomio $P(x) = x^n - 1$ es divisible por $(x+1)$, siendo n un número natural cualquiera.

Tarea 3 – Raíces y factores de un polinomio

1) Calcula las raíces de los siguientes polinomios.

a) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

b) $q(x) = x^2 - 2x + 1$

c) $s(x) = x^2 - 5x - 14$

2) Calcula el valor de a para que $x = 2$ sea una raíz de $x^3 - 2x^2 - 4x + a$.

3) Calcula los valores de a y b para que $x = \pm 2$ sean raíces del polinomio $P(x) = ax^2 + b$.

4) Calcula las raíces y los factores de los siguientes polinomios.

a) $x^3 - 9x^2 + 26x - 24$

b) $x^3 - 2x^2 - 3x$

c) $x^2 + x$

d) $4x^2 - 2x$

e) $x^2 - 4x + 4$

5) Factoriza completamente los siguientes polinomios, extrayendo primero factor común, y utilizando luego identidades notables.

a) $P(x) = 50x^3 + 40x^2 + 8x$

c) $R(x) = \frac{4}{27}x^2 - \frac{10}{9}x + \frac{25}{12}$

b) $Q(x) = 24x^5 - 54x^3$

d) $S(x) = \frac{125}{9}x^3 - \frac{5x}{4}$

6) Factoriza al máximo posible los siguientes polinomios.

a) $P(x) = (10x^2 - 3x - 1) \cdot (6x^2 + 5x - 4)$

c) $R(x) = (16x^4 - 81) \cdot (x^2 + 2x - 3)$

b) $Q(x) = (x^2 + 10x + 25) \cdot (18x^2 - 9x - 2)$

d) $S(x) = \left(x^2 - \frac{9}{25}x\right) \cdot (9x^2 + 6x + 1)$

Tarea 4 – Factorización

1) Calcula las raíces y factoriza los siguientes polinomios.

a. $8x^3 - 4x$

b. $18x^3 + 14x^2$

c. $9x^2 + 12x$

d. $x^2 + 2x + 1$

e. $x^2 + 10x + 25$

f. $4x^4 - 16x^2 + 16$

g. $4x^2 - 16$

i. $x^3 - 3x^2 + 4$

j. $-x^3 - x^2 + 12x$

k. $x^2 - 2x + 1$

l. $x^3 - 3x^2 - 25x + 75$

m. $-x^3 + 2x^2 + x - 2$

n. $x^3 - 5x^2 + 7x - 3$

o. $5x^3 - 7x^2 - 28x + 12$

p. $-7x^6 - 42x^5 - 21x^4 + 70x^3$

q. $5x^5 + 55x^4 + 205x^3 + 305x^2 + 150x$

Tarea 5 – Fracciones algebraicas – Fracciones equivalentes- Simplificación

1) Di si las siguientes fracciones son equivalentes.

a. $\frac{x^2 + 2x}{x^2 - 3x}$ and $\frac{x+2}{x-3}$

b. $\frac{x}{x^2 - 5}$ and $\frac{x^2 + x}{x^3 - 5}$

2) Calcula $p(x)$ para que las siguientes fracciones sean equivalentes.

a. $\frac{x+1}{x} = \frac{p(x)}{x^2 - 2x}$

b. $\frac{x+4}{x-3} = \frac{x^3 + 4x^2 - x - 4}{p(x)}$

3) Simplifica las siguientes fracciones algebraicas.

a. $\frac{2x-2}{2x-6}$

b. $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 3}$

c. $\frac{x-1}{x^2 - 1}$

d. $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}$

e. $\frac{2x^3 + 4x^2 + 2x}{6x^3 - 6x}$

f. $\frac{x^3 + 3x^2 - 4}{x^2 - 5x + 4}$

4) Simplifica las siguientes fracciones algebraicas.

a. $\frac{x+1}{x^2 - 1}$

b. $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}$

c. $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$

d. $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 2}$

Tarea 6 – Fracciones algebraicas - Operaciones

1) Calcula el mínimo común múltiplo de los siguientes polinomios.

a) $2x^2$, $10x^3$ y $2x$

b) $3x$, $x^2 - 3$ y $9 - 3x$

c) $x^2 + 5x$, $x + 5$ y $x^2 + 10x + 25$

d) $x^2 + x$, $x^2 - 1$ y $3x + 3$

e) $x^2 - x$, $x^3 - x^2$ y $x^3 + x^2$

f) $x^2 + 2x + 1$, $x^2 - 1$ y $x^2 - 5x + 6$

2) Calcula y simplifica.

a. $\frac{x-2}{x+2} + \frac{2x}{x-2}$

b. $\frac{2x+1}{x+1} - \frac{x+1}{x}$

c. $\frac{x}{x^2+2} \cdot \frac{3x^2}{x-1}$

d. $\frac{x-1}{x^2-x-2} \div \frac{x+1}{x^2-2x}$

3) Calcula y simplifica.

a) $\frac{5x}{x+1} + \frac{4x}{x^2-1}$

b) $\frac{-3}{x^2-4} + \frac{5+2x}{x^2+x-6}$

c) $\frac{x+2}{x+2} + \frac{1}{x^2+4x+4}$

Tarea 7 – Repaso I

1) Encuentra los valores de A, B y C para que se cumpla la siguiente igualdad.

$$(Ax - 7) \cdot (5x + B) = Cx^2 - 6x - 14$$

2) Calcula el valor de "m" para que las siguientes divisiones sean exactas.

a) $(x^2 - 12x + m) : (x + 4)$

d) $(x^3 - 2 \cdot (m + 1) \cdot x^2 + m) : (x + 1)$

b) $(x^3 + 2x^2 + 8x + m) : (x - 2)$

e) $(x^3 + mx^2 + 2x - 10) : (x - 5)$

c) $(x^3 - x^2 + 2mx - 12) : (x - 6)$

- 3) Calcula el valor de m para que el resto de las siguientes divisiones sea el que se indica en cada caso.

a) $(x^5 + 6x^3 + mx + 17) : (x + 1) \rightarrow \text{Resto } 2$

b) $(2mx^3 - 3mx^2 + 8m) : (x - 2) \rightarrow \text{Resto } -4$

- 4) Calcula las siguientes divisiones utilizando la regla de Ruffini.

a) $(x^5 + 1) : (2x + 4)$

b) $(x^4 - 5x^2 + 2) : (5x - 10)$

- 5) Utiliza el Teorema del Resto para decir si los siguientes valores son raíces de los polinomios a los que acompañan.

a) $P(x) = x^2 + 2x - 7$, para $x = 1$

b) $P(x) = x^3 + 5x^2 - 6x + 7$, para $x = -2$

c) $P(x) = x^4 - 2$, para $x = -1$

d) $P(x) = x^4 - 4x + x^2 - 13$, para $x = 3$

- 6) Calcula el resto sin realizar las divisiones.

a) $(x^6 - x^5 + x^4 - 3x^2 + x - 2) : (x - 2)$

b) $(x^4 - x^3 + 6x + 3) : (x + 1)$

c) $(2x^3 - x^2 + 7x - 9) : (x - 3)$

d) $(5x^4 + 7x^3 - 4x + 2) : (x + 2)$

- 7) Averigua la expresión de los siguientes polinomios conociendo sus raíces y el coeficiente del término de mayor grado.

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA UN POLINOMIO, CONOCIENDO SUS RAÍCES Y EL COEFICIENTE DEL TÉRMINO DE MAYOR GRADO?

Escribe el polinomio cuyas raíces son 1, 1, 2 y -3 , y el coeficiente del término de mayor grado es 5.

PRIMERO. Los divisores del polinomio buscado serán de la forma $(x - a)$, donde a es cada una de las raíces.

Los divisores del polinomio serán:

$$(x - 1), (x - 2) \text{ y } (x + 3)$$

SEGUNDO. Se efectúa el producto de los monomios, multiplicando cada uno tantas veces como aparece la raíz.

$$(x - 1) \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + 3)$$

TERCERO. Se multiplica por el coeficiente del término de mayor grado.

$$P(x) = 5 \cdot (x - 1) \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + 3)$$

$$P(x) = 5x^4 - 5x^3 - 35x^2 + 65x - 30$$

- a) $x = 1$, $x = -2$, $x = 3$ y coeficiente -4 .
- b) $x = 2$ (raíz doble) y coeficiente 2 .
- c) $x = -2$, $x = -3$ y coeficiente -1 .

Tarea 8 – Repaso II

1) Calcula la expresión del polinomio que cumple las siguientes condiciones a la vez.

- a. Es divisible por $(x-1)$.
- b. Si lo dividimos por $(x+1)$, el resto es 10 .
- c. Si lo dividimos por $(x-2)$, el resto es 5 .

2) Calcula dos factores de cada uno de los siguientes polinomios.

- a. $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 6$
- b. $q(x) = x^4 - 4x^2 - x + 2$
- c. $r(x) = x^6 - x^5 - 2x + 2$

3) Calcula el valor de a para que $x-1$ sea factor del polinomio $2x^3 - x^2 + 3x + a$.

4) Factoriza los siguientes polinomios:

- a. $p(x) = x^3 - 8$
- b. $q(x) = x^3 + 4x^2 + 4x$
- c. $p(x) = x^5 - 9x^3$

5) Razona si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas.

- a. $x^3 + 9 = x(x+3)(x+3)$
- b. $[x(x+1)]^2 = x^2(x^2 + 1)$

6) Factoriza los siguientes polinomios.

- a) $x^3 + 8x^2 + 20x + 16$ b) $x^3 + 4x^2 + 4x$ c) $x^5 - 4x^3$

7) Calcula a y b para que el polinomio $q(x) = x^3 + a \cdot x + b$ tenga a $x = 1$ como raíz doble.

8) Encuentra polinomios que cumplan las siguientes condiciones (no tienen por qué ser únicos).

- a. 1 , 2 y 3 son raíces
- b. 0 raíz simple y 1 raíz doble
- c. 0 raíz doble y -1 raíz triple

Tarea 9 – Repaso III

1) Calcula dos fracciones equivalentes a las siguientes y explica cómo lo has hecho.

a) $\frac{2x}{3x^2 - x}$

b) $\frac{x^4 - 1}{x^3 - x}$

2) ¿Por qué fracción algebraica debemos multiplicar a $\frac{x^2 - 7}{x + 2}$ para obtener $\frac{-x^3 + 7x}{x^2 + 4x + 4}$?

3) Realiza las siguientes operaciones y simplifica.

a) $\frac{2}{x^2 + 2x + 1} - \frac{3}{x^2 - 1} - \frac{4}{x^2 - 2x + 1}$

b) $\frac{5}{4x} + \frac{1}{x + 1} - \frac{2x - 3}{x^2 + x} - \frac{3}{4}$

c) $\frac{x - 1}{2x + 6} + \frac{8}{-3x - 9} - \frac{1}{3x^2}$

d) $\frac{x - 2}{6x + 6} - \frac{x + 3}{2x + 2} + \frac{3 - x}{4x + 4}$

4) Calcula y simplifica.

a) $\frac{9x}{3x - 3} \cdot \frac{x^2 - 1}{3x^2}$

c) $\frac{x - 3}{x} \cdot \frac{x^2 + 3x}{x^2 - 9}$

b) $\frac{2x - 6}{x^2 - 4} \cdot \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 6x + 9}$

d) $\frac{x + 5}{x - 5} \cdot \frac{x^2 - 25}{x^2 + 25}$

5) Calcula y simplifica.

a) $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} : \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 4}$

c) $\frac{2x - 1}{x^2 + 2x} : \frac{4x}{x^3 + 2x^2}$

b) $\frac{3x + 9}{x - 3} : \frac{x^3 + 8x^2 + 21x + 18}{x^2 - 9}$

6) Calcula y simplifica.

a) $\left(x + \frac{x}{3} + \frac{2x - 5}{x} \right) \cdot \frac{x}{x + 1}$

b) $\left(\frac{1}{x^2 + 3x} - \frac{5x}{x^2 - 9} \right) : \frac{2}{x^2 + 6x + 9}$