

# **Unidad 1**

# **CÁLCULO DE PROBABILIDADES**

## RECORDATORIO DE COMBINATORIA:

- VARIACIONES: Formas posibles de formar subconjuntos de m elementos de un conjunto de n elementos. El orden importa.

- No se pueden repetir elementos:  $V_{n,m} = \frac{n!}{(n-m)!}$

- Sí se pueden repetir elementos:  $VR_{n,m} = n^m$

- PERMUTACIONES: Formas posibles de ordenar los n elementos de un conjunto.

$$P_n = n!$$

- COMBINACIONES: Formas posibles de formar subconjuntos de m elementos de un conjunto de n elementos. El orden no importa.

$$C_{n,m} = \binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

¿Importa el orden? No : Combinaciones

Sí : ¿Se trabaja con todos los elementos? Sí : Permutaciones

No: Variaciones

# Experimentos aleatorios

- Hay muchos fenómenos en los que, antes de que se produzcan, se puede predecir el resultado. Mientras que hay otros que dependen del azar y se les llama **experimentos aleatorios**. En éstos últimos por mucho que se repita el experimento y en las mismas condiciones, no se puede predecir el resultado.
- El conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio se llama **ESPACIO MUESTRAL** y se designa por ***E***.
- A cada uno de los posibles resultados del espacio muestral se le llama **SUCESO ELEMENTAL**.
- **SUCESO COMPUESTO** es el que está formado por dos o más sucesos elementales.
- Ejemplos:
  - Lanzamiento de una moneda.
  - Lanzamiento de un dado.
  - Extraer una carta de una baraja.

# Sucesos

Los sucesos se denotan con letras mayúsculas ( excluyendo a ser posible X,Y y Z )

- Cuando un suceso no ocurre nunca, se llama ***suceso imposible***.
- Cuando un suceso se da siempre, se llama ***suceso seguro***.
- **Ejemplos:**
  - Sea A el suceso “Obtener un 7 en el lanzamiento de un dado normal”, claramente A es un suceso imposible.
  - Sea A el suceso “Obtener un número entero en el lanzamiento de un dado normal”, claramente también, A es un suceso seguro.
- Dos sucesos, A y B, se los llama **sucesos compatibles** cuando se pueden dar a la vez, en caso contrario se dice que son **incompatibles**.
- **Ejemplo:**

Sean los sucesos A: “Que al lanzar un dado el resultado sea un 6”,  
B: “Que al lanzar un dado el resultado sea un número par” y C: “Que al lanzar un dado el resultado sea un 5”. Los sucesos A y B son compatibles, mientras que B y C son incompatibles.

# Operaciones con sucesos

- La **UNIÓN DE DOS SUCESOS** A y B,  **$A \cup B$** , es otro suceso en el que puede ocurrir A,  **$\circ$**  puede ocurrir B, o ambos simultáneamente; es decir, ocurre *al menos uno* de los dos sucesos.
- La **INTERSECCIÓN DE DOS SUCESOS** A y B,  **$A \cap B$** , es otro suceso en el que ocurren A **y** B simultáneamente.
- El **SUCESO CONTRARIO o COMPLEMENTARIO** de un suceso A es el suceso en el que *no* ocurre A y que denotamos  **$\bar{A}$**
- La **DIFERENCIA DE DOS SUCESOS** A y B,  **$A - B$** , es otro suceso en el que ocurre A pero no ocurre B, por lo tanto podemos expresar A-B como  **$A \cap \bar{B}$**

# Probabilidad

La **probabilidad**,  $P$ , es una función que a cada suceso de un experimento aleatorio le asocia un número entre 0 y 1, y mide la facilidad de que ocurra dicho suceso.

## ➤ LEY DE LAPLACE

La probabilidad de un suceso  $A$  es el cociente entre el número de *casos favorables* y el número de *casos posibles*.

$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ casos favorables}}{n^{\circ} \text{ casos posibles o totales}}$$

*Para que se pueda aplicar la fórmula de Laplace **TODOS** y cada uno de los sucesos elementales deben ser **EQUIPROBABLES**, tener la misma probabilidad de que sucedan.*

- Ejemplo : Lanzamiento de un dado al aire.

Casos posibles o totales  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow 6$

Casos favorables al suceso  $A$ : "Salir par"  $\{2, 4, 6\} \rightarrow 3$

$$P(A) = 3 / 6 = 0,5$$

# Propiedades de la probabilidad

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(E)=1$  y  $P(\emptyset)=0$
- $P(A)=1-P(\bar{A})$
- Si  $A$  y  $B$  son incompatibles,  $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$
- Para dos sucesos cualesquiera  $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$
- $P(A)=P(A \cap B)+P(A \cap \bar{B})$

# Experimentos compuestos

Son el resultado de combinar dos o más experimentos aleatorios simples.

- Ejemplos:

Lanzar dos monedas al aire.

Extraer una bola de una urna y luego otra bola de otra urna.

Extraer tres bolas a la vez de una misma urna.

- Pueden darse dos casos muy importantes:

- Extracciones **CON REEMPLAZAMIENTO**. Será cuando lo extraído se devuelva donde estaba tras mirar el resultado, antes de la siguiente extracción.

*Un caso particular, pero muy importante, es reemplazar el objeto extraído por otro de distinta modalidad (color, número, etc).*

- Extracciones **SIN REEMPLAZAMIENTO**. Será cuando lo extraído NO se devuelva donde estaba tras mirar el resultado, antes de la siguiente extracción.

*Un caso particular, pero muy importante, es cuando se realizan todas las extracciones a la vez, en cuyo caso no podemos hablar de orden en los resultados.*

- *El **diagrama de árbol** y la **tabla de contingencia** son técnicas muy utilizadas para el cálculo de probabilidades en experimentos compuestos.*



# Probabilidad Condicionada

La probabilidad de un suceso se ve modificada en ocasiones si se tiene información adicional, este tipo de probabilidades se llaman probabilidades condicionadas.

- La probabilidad de un suceso B, cuando sabemos que ha ocurrido otro suceso A, se denomina **probabilidad de B condicionado a A**, se escribe  **$P(B/A)$** , y se calcula

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

- Por lo que  $P(A \cap B) = P(B/A) \cdot P(A)$
- Si  $P(B/A) = P(B) \rightarrow A$  y  $B$  son independientes  
En la práctica, A y B independientes  $\leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$