

# UNIDAD 6: TRIGONOMETRÍA

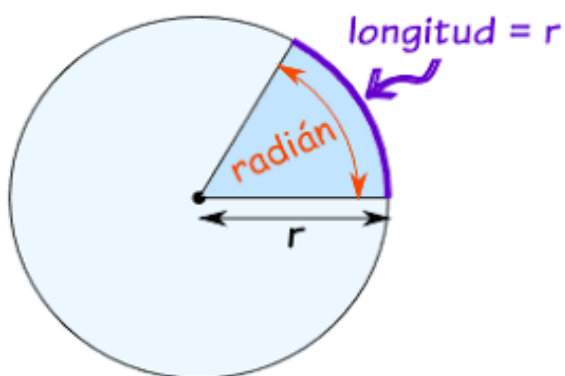
## SESIÓN 1

### Trigonometría

#### DEFINICIÓN

Un **radian** es el ángulo central de la circunferencia correspondiente a un arco de longitud igual al radio de la misma.

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

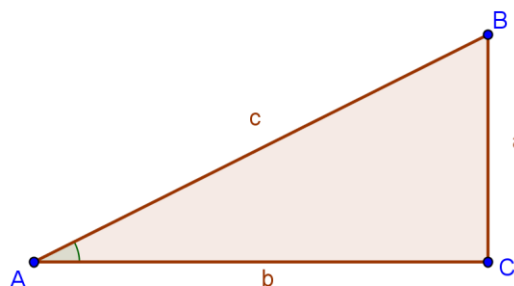


#### Razones trigonométricas

$$\text{Seno de A: } \sin A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\text{Coseno A: } \cos A = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\text{Tangente de A: } \text{tg } A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{a}{b}$$

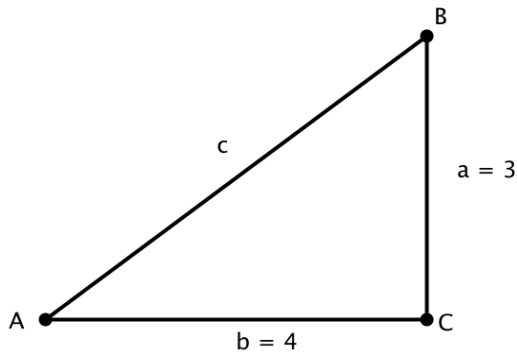


#### Actividades

1. Cambio de unidades (de grados a radianes y de radianes a grados)

3rad	127°	2rad	$\frac{3\pi}{4}$ rad	210°	300°	$\frac{5\pi}{3}$ rad
315°	45°	$\frac{9\pi}{10}$ rad	135°	0'8rad	150°	1'5rad

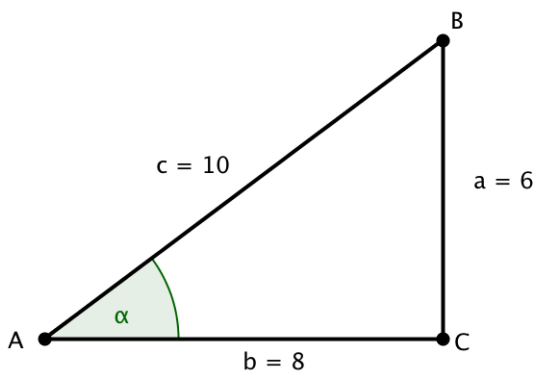
2. Calcula las razones trigonométricas de los ángulos **A** y **B** en el triángulo rectángulo de la figura cuyos lados miden  $a = 3m$  y  $b = 4m$ .



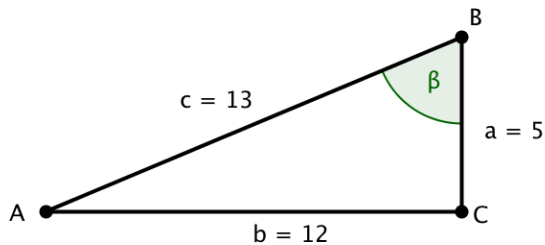
## SESIÓN 2

### Actividades

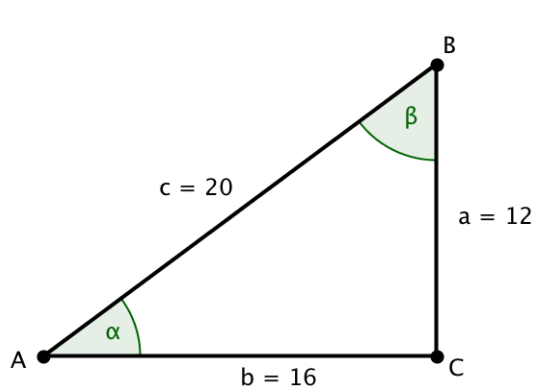
1. Los lados de un triángulo miden 6, 8 y 10 cm. Prueba que el triángulo es rectángulo. En caso de serlo, calcula las razones trigonométricas del ángulo menor.



2. Los lados de un triángulo miden 5, 12 y 13 cm. Prueba que el triángulo es rectángulo. En caso de serlo, calcula las razones trigonométricas del ángulo mediano.



3. Los lados de un triángulo miden 12, 16 y 20 cm. Calcula el valor de sus ángulos.



## SESIÓN 3

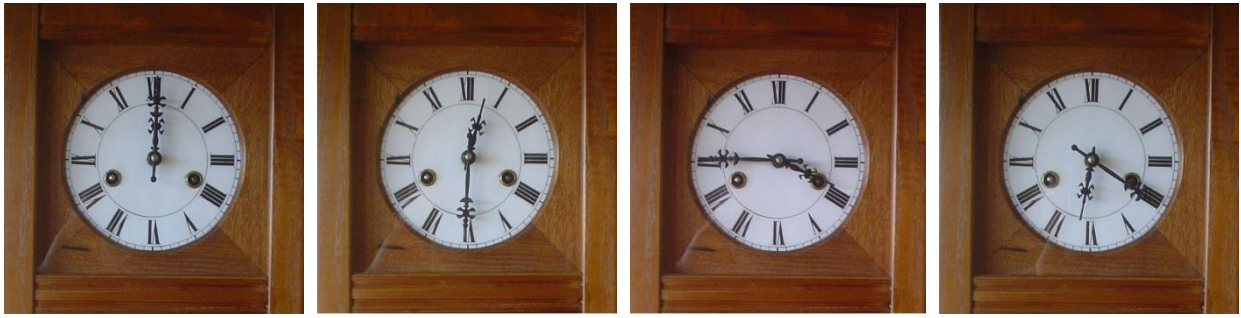
### Actividades

1. En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 10cm y uno de los lados 5cm. Calcula el valor de los ángulos agudos y la longitud del lado desconocido.
2. En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 200 cm y uno de sus lados  $\sqrt{3}$  m. Calcula el valor de todos los ángulos, expresados en radianes.
3. En un triángulo rectángulo isósceles, la hipotenusa mide 8cm. Calcula la longitud del resto de los lados y el valor, expresado en radianes de sus ángulos.
4. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 1cm. El ángulo comprendido entre la hipotenusa y el cateto mayor mide  $\pi/6$  rad. Calcula la longitud de los lados de un triángulo semejante con una hipotenusa de 7 cm.

## SESIÓN 4

### El reloj

Un reloj analógico marca las doce en punto. Calcula el ángulo formado por la aguja horaria y el minutero a las siguientes horas: doce y media, cuatro menos cuarto y seis y veinte. Calcula esos tres ángulos en grados y radianes.



## La Torre de Pisa

La *Inclinada Torre de Pisa* es una bella torre de la Catedral de Pisa. Esta construcción fue hecha en tres fases por un periodo de 200 años. La primera planta comenzó a construirse en Agosto de 1173 y no fue completada hasta 1372.

En Febrero de 1964, el gobierno Italiano pidió ayuda para prevenir la caída de la torre debido a su inclinación. Un grupo de ingenieros, matemáticos e historiadores diseñaron y discutieron sobre las diferentes formas para estabilizarla. Tras dos décadas de trabajo, la torre fue cerrada al público en Enero de 1990.

Después de una década de obras para su estabilización, la torre fue reabierta al público el 15 de Diciembre de 2001. Muchos métodos fueron propuestos, incluyendo construir un contrapeso de 800 Tm. La solución final por la que se optó para corregir la inclinación fue el extraer  $38\text{m}^3$  de tierra por debajo de la base. La Torre fue declarada estable por otros 300 años.

Los esfuerzos para su consolidación consiguieron que su inclinación volviera a niveles de 1700, con 3.99 metros de desviación vertical.

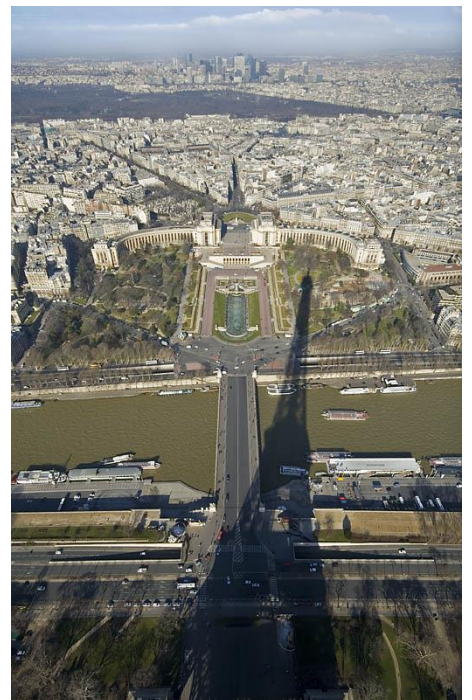
Si la altura de la torre es de  $55'863\text{m}$ , ¿cuál es el ángulo de inclinación de la torre hoy en día?



## SESIÓN 5

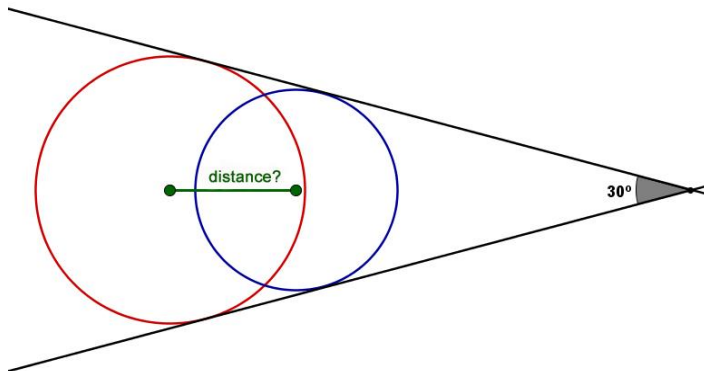
### Sombras

La sombra arrojada por una torre cuando los rayos del Sol tienen una inclinación de  $23^{\circ}25'$  es de  $12'5\text{m}$ . Calcula la altura de la torre, y después la longitud de la sombra cuando la inclinación de los rayos del Sol es de  $35^{\circ}$ .



### Circunferencias secantes

Dos circunferencias secantes tienen por radios 6 y 8 cm. El ángulo formado por sus tangentes es de  $30^\circ$ . Calcula la distancia entre los centros de sus radios.

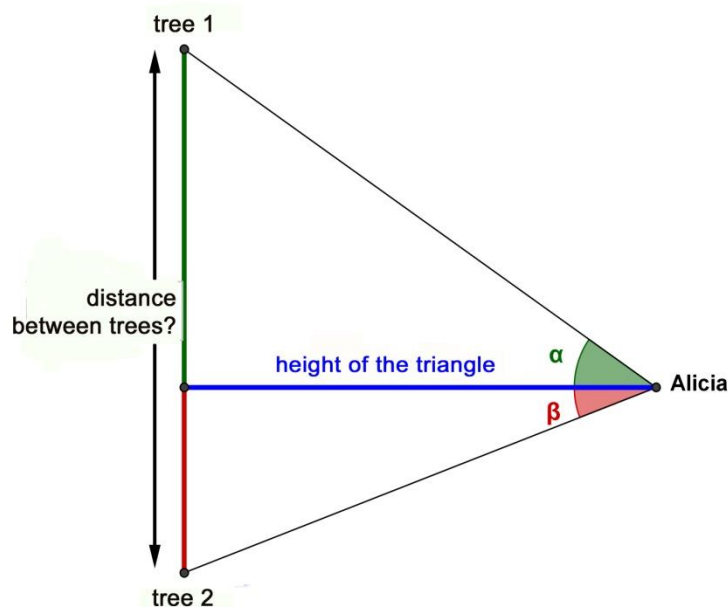


## SESIÓN 6

### Distancias horizontales

Alicia se encuentra en una orilla de un río y quiere saber la distancia entre dos árboles que se encuentran en la otra orilla del mismo. La anchura del río es de  $43'25m$ . Y los ángulos entre Alicia y los dos árboles son  $\alpha = 34^\circ 53'$  y  $\beta = 21^\circ 17'$ .

¿Podrías con estos datos, calcular la distancia entre los dos árboles?



## Altura de montañas

El Teodolito es un instrumento de medida utilizado para medir la altura a la que se encuentra un objeto inaccesible para nosotros o del que no podemos medir directamente la altura vertical a la que se encuentra respecto del suelo.

El primer Teodolito fue construido a finales del siglo XVIII y es una herramienta básica en Topografía, nos proporciona medidas muy precisas de ángulos verticales y horizontales que nos permiten a su vez conocer la distancia entre dos puntos remotos.

Vamos a realizar una aplicación práctica del uso de un Teodolito.

Desde un punto vemos –con la ayuda de un Teodolito– la cima de una montaña bajo un ángulo de  $33^\circ$ . Si nos alejamos 450m, ahora vemos la cima bajo un ángulo de  $25^\circ$ . ¿Cuál es la altura de la montaña?

