

matemáticas 2ESO
tema 3

PROPORCIONES Y PORCENTAJES

Razón y proporción

Una **razón** entre los números a y b es el cociente:

$$\frac{a}{b}$$

Una **proporción** es una igualdad entre 2 razones:

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$$

Siempre que hay una proporción se tiene la propiedad: $\frac{a}{b} = \frac{x}{y} \Leftrightarrow a \cdot y = b \cdot x$

Las proporciones se pueden describir con palabras:

a , b , x e y forman una proporción

a es a b como x es a y

la razón entre a y b es la misma que la razón entre x e y

En una proporción, se llama **constante de proporcionalidad** al número racional que expresa el valor de cualquiera de las razones.

Magnitudes proporcionales

Una **magnitud** es todo aquello que se puede medir, es decir que se puede describir con un número y una unidad.

Proporcionalidad directa

Una persona camina a una velocidad de 5km/h. El **espacio** recorrido está relacionado con el **tiempo** que camina

espacio (km)	5	10	20	35	las <i>magnitudes</i> espacio y tiempo son <u>directamente proporcionales</u> , porque ambas crecen a la vez y en la misma medida
tiempo (h)	1	2	4	7	

$$\frac{\text{espacio}}{\text{tiempo}} = \frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{20}{4} = \frac{35}{7} = 5 ; \text{ la constante de proporcionalidad es } 5$$

Una tienda ofrece descuentos del 10% en todos sus productos. La **cantidad rebajada** está relacionada con el **precio inicial** del producto.

p. inicial (€)	100	50	25	17	las <i>magnitudes</i> precio inicial y rebaja son <u>directamente proporcionales</u> , porque ambas decrecen a la vez y en la misma medida
rebaja (€)	10	5	2,5	1,7	

Dos magnitudes relacionadas son directamente proporcionales si los cocientes de las cantidades que se corresponden en esa relación son constantes. El valor constante de todos esos cocientes se llama **constante de proporcionalidad**.

magnitud A	a_1	a_2	a_3	...	a_n
magnitud B	b_1	b_2	b_3	...	b_n

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = k$$

Esto significa que si se multiplica (o divide) el valor de una de las magnitudes por un número, el valor correspondiente en la otra magnitud se multiplica (o divide) por ese número.

Proporcionalidad inversa

Hay que recorrer una distancia de 400 km. ¿Qué relación se establece entre la **velocidad** a la que nos desplazamos y el **tiempo** que se emplea en recorrer esos 400 km?.

velocidad (km/h)	100	50	200	80	las <i>magnitudes</i> velocidad y tiempo son <u>inversamente proporcionales</u> , porque si una crece la otra decrece
tiempo (h)	4	8	2	5	

$$velocidad \cdot tiempo = 100 \cdot 4 = 50 \cdot 8 = 200 \cdot 2 = 80 \cdot 5 = 400; \text{ la constante de prop. es } 400$$

Dos magnitudes relacionadas son inversamente proporcionales si los productos de las cantidades que se corresponden en esa relación son constantes. El valor constante de todos esos cocientes se llama **constante de proporcionalidad**.

magnitud A	a₁	a₂	a₃	...	a_n	$a_1 \cdot b_1 = a_2 \cdot b_2 = a_3 \cdot b_3 = \dots = a_n \cdot b_n = k$
magnitud B	b₁	b₂	b₃	...	b_n	

Esto significa que si se multiplica (o divide) el valor de una de las magnitudes por un número, el valor correspondiente en la otra magnitud se divide (o multiplica) por ese número.

1. Expresa mediante una razón.

<i>36 aciertos en un test de 55 preguntas</i>	<i>Había 68 huevos y rompieron 12</i>	<i>En el frutero hay 7 tomates y 3 fresas</i>	<i>Rectángulo de 3,7m de largo y 2,5m de ancho</i>	<i>Marta encesta 8 de cada 10 tiros libres</i>

2. Comprueba si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales.

<i>magnitud A</i>	2	6	8	10	<i>magnitud X</i>	5	15	25	35
<i>magnitud B</i>	8	24	32	40	<i>magnitud Y</i>	3	13	23	33

3. Completa la tabla subrayando en el texto de cada celda qué magnitudes se relacionan en cada caso. Completa la celda inferior indicando si la relación es de proporcionalidad y en caso afirmativo, si la proporcionalidad es directa o inversa.

<i>El número de personas que van en el autobús y la recaudación.</i>	<i>La cantidad de pienso que gasta un granjero y el número de vacas que posee.</i>	<i>El número de páginas que tiene un libro y el precio que cuesta.</i>	<i>El caudal de un grifo y el tiempo que tarda en llenar un vaso.</i>	<i>La altura de una torre y la longitud de la sombra proyectada.</i>

<i>El número de obreros y el tiempo que tardan en finalizar un trabajo</i>	<i>El número de hijos de una familia y el número de días de vacaciones.</i>	<i>Las horas trabajadas y el dinero que se cobra por dicho trabajo.</i>	<i>En una persona, el peso y la estatura.</i>	<i>El volumen de una caja y el número de esas cajas que caben en una nave.</i>

4. Dadas las magnitudes A y B, completa la tabla siguiente sabiendo que están relacionadas mediante una proporcionalidad directa.

magnitud A	2	4	8	9			
magnitud B	10	20			50	60	75

magnitud A	6	2	12	14	26	
magnitud B	12	4				15

magnitud A	4	2	10			7'5
magnitud B	5			1	3	

tema 3: **PROPORCIONES Y PORCENTAJES**

5. Un libro de 200 páginas cuesta 16,50€, y otro de 350 páginas, 32. Una libreta de 40 páginas vale 2,50€, y otra de 100 páginas, 6,25€. Razona en qué casos las magnitudes número de páginas y precio son directamente proporcionales.

6. Si tienes 13 años y mides 1,59m, ¿medirás el doble cuando tengas 26 años?. Explica qué significa esto sobre la forma en la que se relacionan las magnitudes edad y altura.

7. El supermercado vende dos tipos de manzanas. Los precios de cada variedad aparecen en la tabla. ¿Para cuál de ellas la relación entre el peso y el precio es una proporcionalidad directa?

<i>Golden</i>			<i>Fuji</i>		
1kg	2kg	3kg	1kg	2kg	3kg
0,53 €	1,06 €	1,59 €	0,60 €	€ 1	1,50 €

8. Un corredor da 3 vueltas a una pista polideportiva en 12 minutos. Si sigue al mismo ritmo, ¿cuánto tardará en dar 5 vueltas?

9. Una máquina que fabrica tornillos produce un 2% de piezas defectuosas. Si hoy se han apartado 41 tornillos defectuosos, ¿cuántas piezas ha fabricado la máquina?.

10. Se necesitan seis mil ladrillos para construir doce metros de muro. ¿Cuántos ladrillos son necesarios para construir un muro de 28 metros de largo?

11. Diez obreros construyen un dique en 8 días. ¿Cuánto tiempo invertirán, en el mismo trabajo, 16 obreros?

12. En un taller de confección, si se trabajan 8 horas diarias, se tarda 5 días en servir un pedido. ¿Qué magnitudes se relacionan?. ¿Cuánto tardará en servir ese pedido si se trabajan 10 horas diarias?.

13. Sabiendo que A y B son magnitudes directamente proporcionales, completa la tabla.

<i>magnitud A</i>	7	21	8	42	105	
<i>magnitud B</i>	14		16			20

<i>magnitud A</i>	0,2	0,5	1,4	1		
<i>magnitud B</i>	0,3			1,5	15	0,15

14. Dadas las magnitudes A y B, completa la tabla siguiente sabiendo que están relacionadas mediante una proporcionalidad inversa.

<i>magnitud A</i>	6	12	24		3	
<i>magnitud B</i>	10	5		20		15

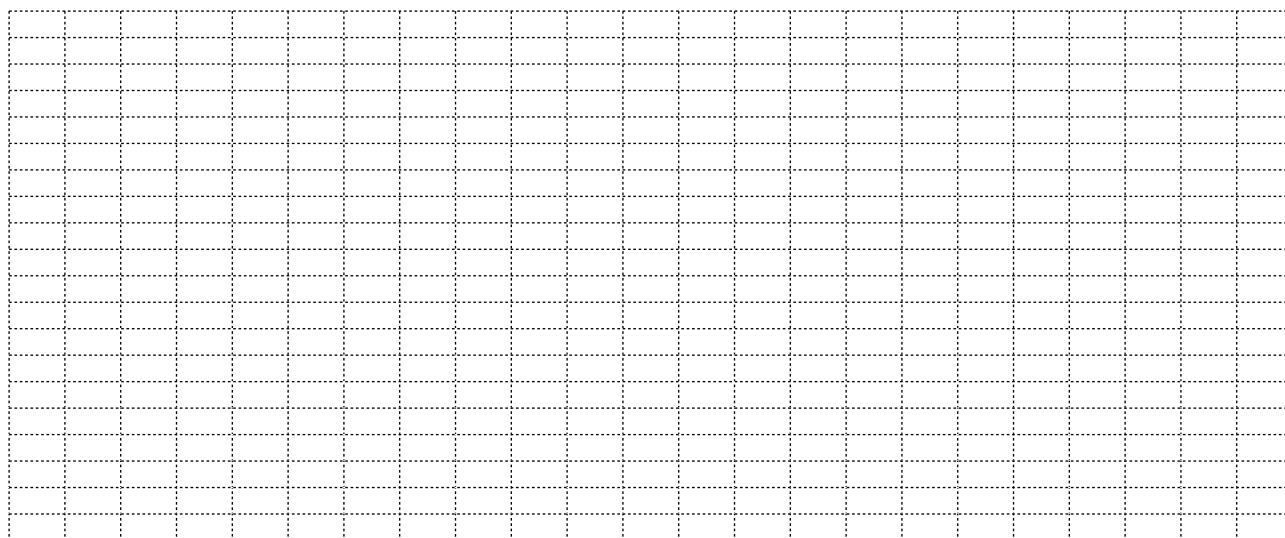
<i>magnitud A</i>	5	50		25		100
<i>magnitud B</i>		40	4		20	

15. Tenemos un coche que consume 5 litros de gasolina cada 100 km. Calcula el consumo en 250km ¿En cuántos kilómetros consume 2 litros de gasolina?

magnitudes relacionadas

<i>kilómetros recorridos</i>	100	250					
<i>litros consumidos</i>	5		2	1			

Completa la tabla con otros valores de tu elección y dibuja los datos de la tabla en este gráfico.

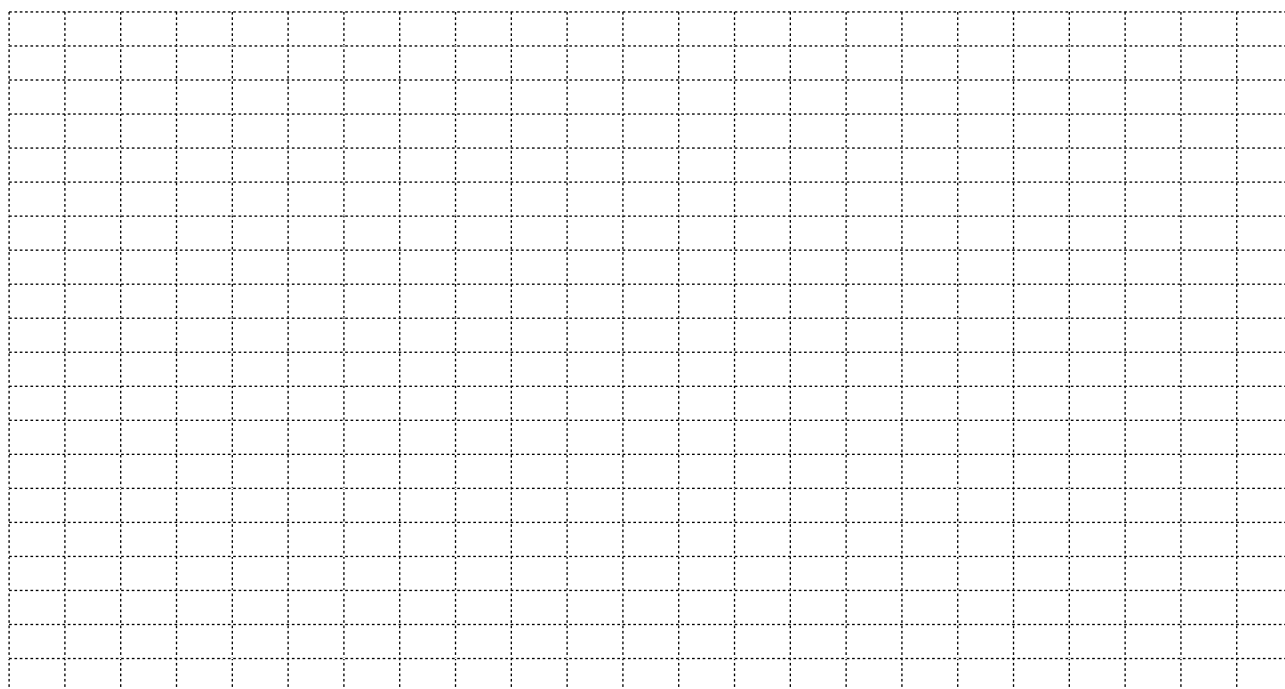


16. Cuál es el importe total de una obra de 285 horas de duración, si por el trabajo de las primeras 30 horas se pagaron 390€.

<i>magnitudes relacionadas</i>				
<i>tiempo (h)</i>	30	285	1	
<i>precio (€)</i>	390			1

Completa la tabla siguiente y represéntala gráficamente.

<i>tiempo (h)</i>	50	100	150	200	250	300	350
<i>precio (€)</i>							



Calcula **usando la gráfica** que has dibujado cuál será el coste de una obra de 125 horas de duración.

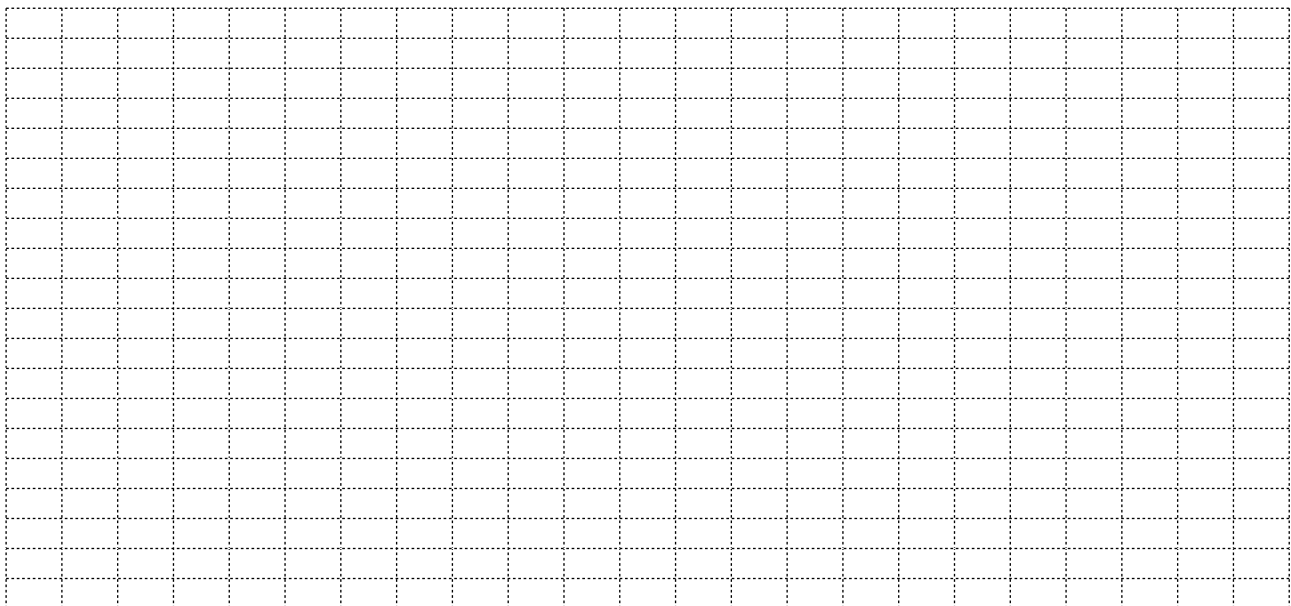
coste obra 125h _____ €

17. A una determinada hora del día, un palo vertical de 1,5m. de longitud da una sombra de 90cm. A esa misma hora la sombra de un edificio es de 30m. Calcula la altura del edificio. Calcula también la longitud de la sombra que proyecta un árbol de 23m de altura.

<i>magnitudes relacionadas</i>					
<i>altura (m)</i>	1,5		23	1	
<i>long. sombra (m)</i>	0,9	30			1

Completa la tabla siguiente y represéntala gráficamente.

<i>altura (m)</i>	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
<i>long. sombra (m)</i>										



Usando la gráfica que acabas de dibujar, calcula la longitud de la sombra proyectada por un objeto de 45m de altura.

longitud de la sombra _____ m

tema 3: **PROPORCIONES Y PORCENTAJES**

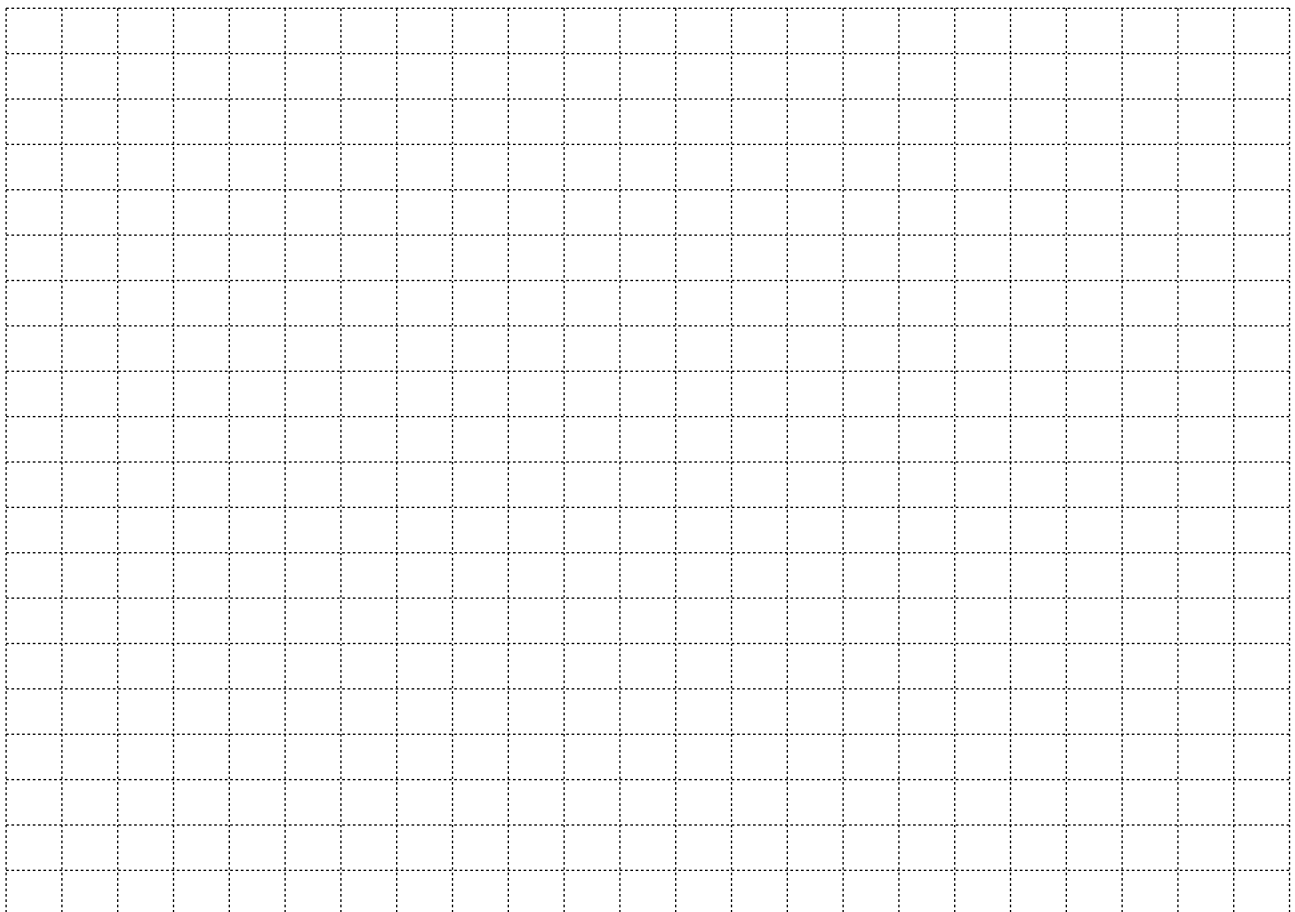
18. Un granjero calcula que en su almacén tiene pienso para dar de comer a 20 vacas durante medio mes. ¿Qué magnitudes se relacionan en este caso?. ¿Cuánto tiempo le durará el pienso si vende 5 vacas?

<i>magnitudes relacionadas</i>				
<i>numero de vacas</i>	20		1	
<i>duración pienso (días)</i>	15	1		

el pienso durará _____

Completa la tabla siguiente y represéntala gráficamente.

<i>numero de vacas</i>	5	10	20	30	40	50	60	80	100
<i>duración pienso (días)</i>									



Porcentajes

Un **porcentaje es una razón** donde el **denominador** del cociente es siempre **100**

Los porcentajes suelen describir variaciones o partes de un total.

Siempre tendremos tres magnitudes relacionadas:

La **cantidad total**, la **parte** y el **porcentaje**

Denotemos:

la cantidad total por **a**, la parte por **b** y el porcentaje por **p**.

Estas tres magnitudes se relacionan del modo siguiente:

$$\text{el } p\% \text{ de } a \text{ es } b \Leftrightarrow \frac{p}{100} \cdot a = b$$

19. Completa la tabla siguiente.

fracción	2/5	30/50	porcentaje	60%	25%	decimal	0,12	0,01
porcentaje			fracción			porcentaje		
decimal			fracción irreducible			fracción		

20. De los siguientes pares de razones, indica cuáles forman una proporción

$\frac{16}{4}, \frac{20}{5}$	$\frac{4}{5}, \frac{80}{100}$	$\frac{1}{30}, \frac{7}{21}$	$\frac{3}{17}, \frac{6}{34}$	$\frac{1,5}{4}, \frac{30}{80}$

21. En la carnicería de Armando tienen las salchichas frescas a 5,25€/kg. También tienen paquetes de salchichas de 500g que cuestan 2,10€. ¿Qué salchichas son más baratas?

salchichas frescas

salchichas envasadas

22. Completa la tabla siguiente.

<i>fracción</i>	6/100	35/100	<i>porcentaje</i>	1%	37%	<i>decimal</i>	0,3	0,36
<i>porcentaje</i>			<i>fracción</i>			<i>porcentaje</i>		
<i>decimal</i>			<i>fracción irreducible</i>			<i>fracción</i>		

23. Calcula, en el primer caso, la *parte* conocido el *porcentaje* y la *cantidad total*. En el segundo caso, calcula la *cantidad total* conocido el *porcentaje* y la *parte*. Por último, calcula el *porcentaje* conocida la *cantidad total* y la *parte*.

100 %	1000	450	el 50% es 16 ¿total?	el 25% es 9 ¿total?	el 75% es 15 ¿total?
10%					
20%					
35%			total 70, parte 35 ¿%?	total 220, parte 55 ¿%?	total 800, parte 100 ¿%?
75%					

24. Calcula, en el primer caso, la *parte* conocido el *porcentaje* y la *cantidad total*. En el segundo caso, calcula la *cantidad total* conocido el *porcentaje* y la *parte*. Por último, calcula el *porcentaje* conocida la *cantidad total* y la *parte*.

100 %	1600	10	el 20% es 16 ¿total?	el 10% es 34 ¿total?	el 2% es 76 ¿total?
10%					
20%					
35%			total 370, parte 37 ¿%?	total 56, parte 2,6 ¿%?	total 30, parte 6 ¿%?
75%					

25. En el escaparate de una tienda se puede leer el siguiente letrero: *Hoy 10% de descuento en todos los artículos.* ¿Cuánto habrá que pagar por una camisa que marca 27,50€?

26. A un conductor le multan con 90€ por exceso de velocidad. Como además fue a pagar la multa fuera de plazo, le aplicaron un recargo del 20%. ¿Cuánto ha tenido que pagar finalmente por la multa?

27. Un ordenador tiene un descuento del 12%, lo que suponen 84€ de rebaja. ¿Cuanto tendremos que pagar por el ordenador?

28. Los trabajadores de un taller han acordado con sus jefes una subida en sus sueldos del 5% a partir de enero de 2018. ¿Cuál será, a partir de enero de 2018, el sueldo de un trabajador que ganaba 1360,50€ este año?

29. Rosa ha decidido comprar los muñecos de una colección de superhéroes, aprovechando que está rebajada un 25%. El precio de cada muñeco sin la rebaja es de 9,90€. ¿Cuántos muñecos podrá comprar con los 73,45€ que tiene ahorrados?. ¿Cuánto dinero le sobrar?

30. La etiqueta de un brick de leche dice que 1 litro contiene 160mg de calcio, que es el 20% de la cantidad diaria recomendada (CDR) para este nutriente. Calcula la cantidad diaria de calcio que debe tomar una persona.

31. El 2,09% de la superficie de España corresponde a Asturias. ¿Cuál es la superficie de Asturias si la de España es de 504.782 km²?

Según el Instituto Nacional de Estadística, en enero de 2017 la población de Asturias era de 1.042.608 personas y la de toda España 46.528.966. Redondea ambas cifras a las centenas de millar y calcula qué porcentaje de población representa Asturias respecto del total de españoles.

32. Completa la tabla siguiente.

<i>fracción</i>	8/10	5/20	16/25	<i>porcentaje</i>	50%	96%	13%	<i>decimal</i>	0,002	0,07	0,125
<i>porcentaje</i>				<i>fracción</i>				<i>porcentaje</i>			
<i>decimal</i>				<i>fracción irreducible</i>				<i>fracción</i>			

33. En una prueba atlética un corredor que corre a 18km/h tarda media hora en llegar a la meta. ¿A qué velocidad hay que correr para hacer el recorrido en 29 minutos?. ¿Cuál es la longitud de la prueba?

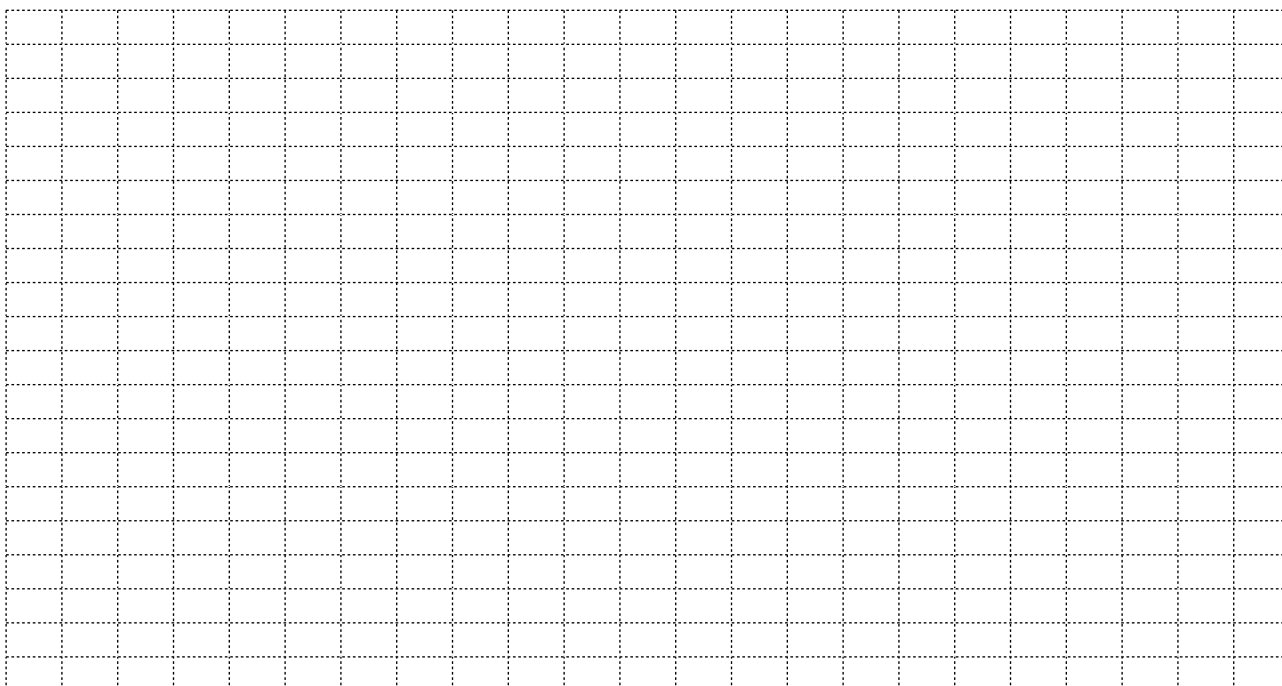
<i>magnitudes relacionadas</i>				
<i>velocidad (km/h)</i>				
<i>tiempo (min)</i>				

Velocidad para completar la carrera en 29min: _____ km/h.

Longitud de la prueba _____ m.

Completa la tabla siguiente y represéntala gráficamente.

<i>velocidad (km/h)</i>	10	18	20	30	40	50	60	80	90
<i>tiempo (min)</i>									



34. Calcula, en el primer caso, la *parte* conocido el *porcentaje* y la *cantidad total*. En el segundo caso, calcula la *cantidad total* conocido el *porcentaje* y la *parte*. Por último, calcula el *porcentaje* conocida la *cantidad total* y la *parte*.

100 %	3000	2346	el 30% es 97 ¿total?	el 64% es 4 ¿total?	el 13% es 81 ¿total?
10%					
20%					
35%			total 1200, parte 900 ¿%?	total 99, parte 33 ¿%?	total 125, parte 1,25 ¿%?
75%					

35. Un televisor de 900€ tiene un descuento del 15%. ¿Cuánto costará la televisión después del descuento?

36. El año pasado un chaqueta tenía un precio de 135€, pero este año su precio se ha incrementado un 5%. ¿Cuánto cuesta la chaqueta ahora?

37. En una herencia tres hermanos se reparten una finca de 6000m² del modo siguiente: Al más pequeño le corresponde el 40%; el mediano y el mayor se llevan el 30% de la finca cada uno. ¿Cuántos m² mide la finca de cada hermano?.

38. Sonia compró un abrigo cuyo precio original era de 228,5 €. Si le hicieron una rebaja de 27,42 €, ¿qué porcentaje de descuento se aplicó en el abrigo de Sonia??

39. El desempleo en una ciudad ha crecido un 3,5% durante el pasado año. Esto significa un aumento de 2150 parados más. ¿Cuántos parados había hace un año? ¿Cuál es el número actual de parados en la ciudad?

40. Según los datos del INE, en 2017 la población española es de 46.528.966 habitantes y en 2014 era de 46.464.053 habitantes. Redondea estas dos cifras a las centenas de millar y luego calcula el incremento de población en estos tres últimos años.

41. La semana pasada la gasolina costaba 1,21€/l y esta semana el precio es 1,24€/l. ¿Cuál es el porcentaje de incremento en el precio de la gasolina?

tema 3: **PROPORCIONES Y PORCENTAJES**

42. Tres mangueras iguales tardan 25 minutos en llenar una piscina hinchable. ¿Cuántas mangueras son necesarias para llenar la piscina en un cuarto de hora?

<i>magnitudes relacionadas</i>				
<i>número mangueras</i>				
<i>tiempo (min)</i>				

Completa la tabla siguiente y represéntala gráficamente.

<i>número mangueras</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>tiempo (min)</i>										



43. ¿Cuánto costará actualmente 1kg de pollo si la semana pasada costaba 3,20€/kg y en la última semana el precio bajó un 5%?

¿Cuál es el ahorro para un restaurante que compra 260kg de pollo a la semana?

44. El largo reglamentario de una cancha de tenis es 24m. El ancho es el 34% del largo, y la altura de la red, el 4% del largo. ¿Cuáles son las medidas reglamentarias de una cancha de tenis?

45. Aproximadamente, el 35% de un yogur de fruta de 125gr corresponde a la fruta. ¿Cuántos gramos de fruta contiene el yogur?

¿Cuántos yogures serán necesarios para que entre todos contengan 1,5kg de fruta?

46. En un bote de legumbres de medio kilo hay 2,5g de grasa. En otro bote de legumbres de 400g hay 2,1g de grasa. ¿Están en proporción estos datos?

Si los datos no están en proporción, ¿en cuál de los dos botes hay más grasa proporcionalmente?

47. En una botella de zumo aparece esta tabla:

<i>valores medios en 100ml de producto</i>	<i>kilocalorías</i>	<i>carbohidratos (g)</i>	<i>proteínas (g)</i>
	43	10,6	0,2

Calcula cuántas kilocalorías y cuántas proteínas aportará un litro de este zumo.

Calcula cuántos hidratos de carbono contiene una botella de 0,5litros.

48. Enrique ayuda a sus tíos en la tienda durante las navidades. Por cinco días de trabajo le dan 160€, ¿cuánto le darán por diecisiete días?

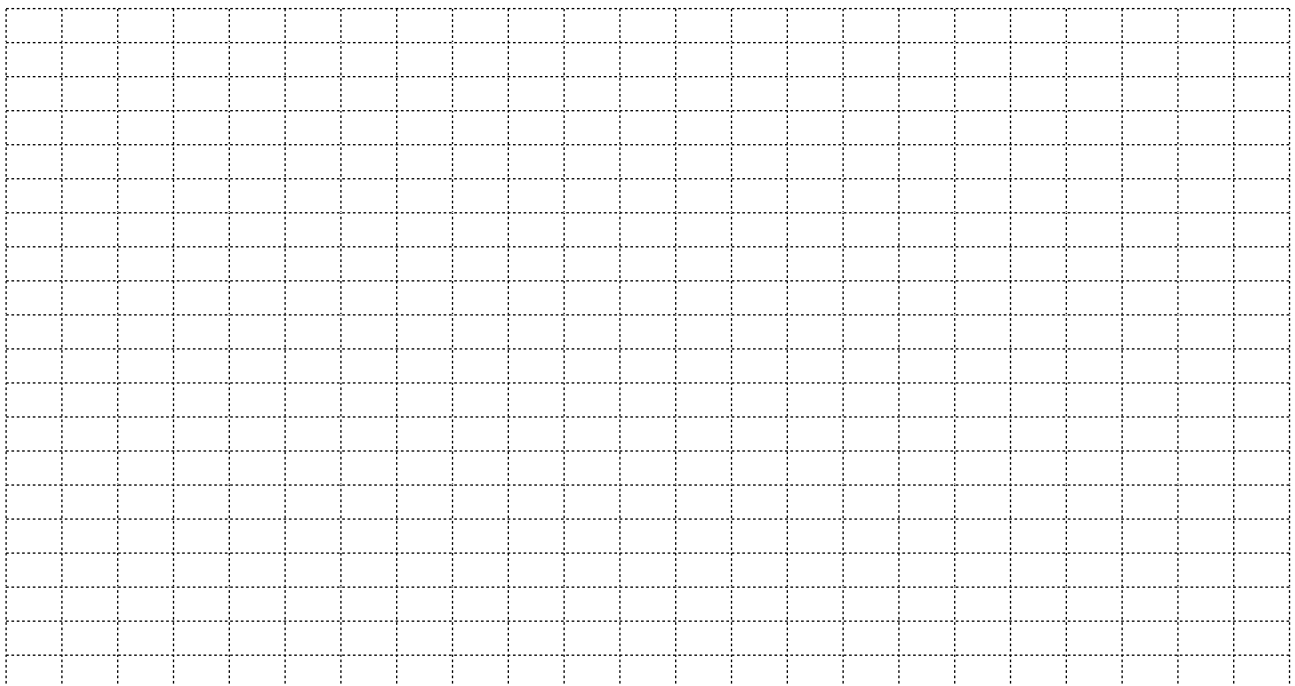
49. Un coche tarda 5 horas en hacer un trayecto de 400 km. ¿Cuál es la velocidad necesaria para hacer el recorrido en 8h?

50. Con el aceite que hay en un bidón, se han llenado 6 botellas de $\frac{3}{4}$ de litro cada una. ¿Cuántas botellas se podrán llenar si la capacidad de cada botella fuera de $\frac{1}{2}$ de litro?. ¿Cuál sería la capacidad de las botellas si se necesitasen 10 botellas?. Expresa su capacidad en cm^3 .

<i>magnitudes relacionadas</i>					
<i>nº botellas</i>					
<i>volumen (cm^3)</i>					

Completa la tabla siguiente y represéntala gráficamente.

nº botellas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
volumen (cm^3)										



51. Cuál es el importe de la traducción de una novela de 297 folios, si por el trabajo de los primeros 30 folios se han pagado 240€?

<i>magnitudes relacionadas</i>				
<i>nº folios</i>				
<i>precio (€)</i>				

Completa la tabla siguiente y represéntala gráficamente.

<i>nº folios</i>	50	100	150	200	250	300	350
<i>precio (€)</i>							



Usando la gráfica que acabas de dibujar, calcula el precio de una traducción de 225 folios.

traducción 225 folios _____ €